CAPITOLO 6

Azioni mutue tra elementi di macchine

In ogni sistema meccanico, durante il suo funzionamento, nascono dei movimenti relativi tra i membri che lo compongono e, inoltre, la macchina stessa o parti di essa si muovono rispetto all'ambiente circostante.

Questi fenomeni assumono grande importanza nello studio del comportamento dinamico e i loro effetti sono studiati riconducendoli a due distinte tipologie di contatto, ovvero:

- contatto tra solido e solido;
- contatto fra solidi e fluidi.

I due principali fenomeni legati all'aderenza tra solidi sono l'attrito e l'usura.

Il primo si manifesta come resistenza o impedimento al moto relativo tra le parti a contatto. Ciò può costituire uno svantaggio quando diviene fonte di perdita di potenza tra i membri che devono essere mantenuti in movimento (attrito nei supporti, nelle tenute, ecc.), viceversa in alcuni casi diventa un fattore essenziale per il funzionamento delle macchine (come nel contatto ruota-rotaia e pneumatico-strada, ovvero in organi quali i freni e le frizioni, le giunzioni forzate e bullonate, ecc.).

L'usura si manifesta invece come un'abrasione progressiva di materia dalle superfici di un corpo in moto relativo, che ha sede nelle superfici stesse, rispetto a un altro corpo. L'usura può essere un fattore utile (a es. lavorazioni tecnologiche di finitura) o, come accade in generale, causare un progressivo degrado dell'accoppiamento tra le parti a contatto.

Dal punto di vista cinematico possiamo distinguere, almeno macroscopicamente, contatti di rotolamento, strisciamento e urto. Si osserva come nel caso di rotolamento il moto relativo al contatto è nullo (almeno limitandoci a un punto di vista macroscopico). Nello strisciamento è invece presente una componente di velocità relativa lungo la tangente comune alle superfici di contatto tra i due corpi, mentre nell'urto è presente anche una componente normale non nulla della velocità relativa.

Dal punto di vista geometrico è possibile effettuare un'ulteriore classificazione, distinguendo contatti puntiformi, lineari e superficiali, a seconda che l'ente geometrico in comune tra i solidi sia, nell'ipotesi di corpi indeformabili, un punto (per esempio una sfera a contatto su un piano), una linea (la generatrice di un cilindro

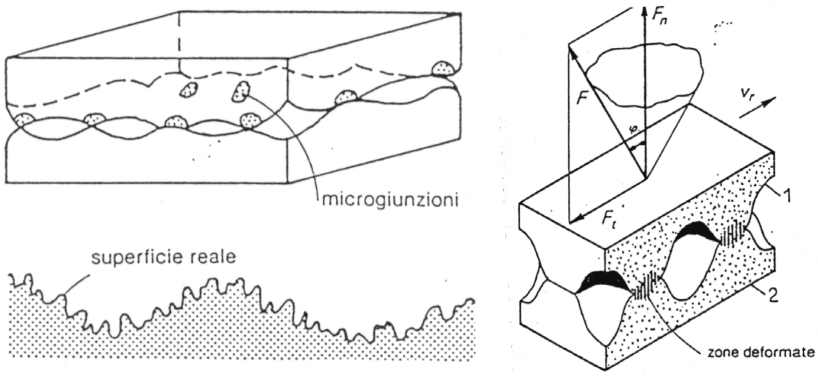
a sezione circolare su un piano), o un'intera superficie (una faccia di un prisma su un piano).

6.1 Attrito di strisciamento nei solidi a contatto

Si definisce come attrito la resistenza al moto che si manifesta quando un corpo striscia su un altro. Tale azione di resistenza agisce secondo una direzione opposta a quella del moto, e viene indicata come forza di attrito. La forza di attrito che è necessario vincere per iniziare un moto di strisciamento, a partire da uno stato di quiete è detta forza di attrito statico, mentre quella necessaria a mantenere il moto di strisciamento tra due corpi è detta forza di attrito dinamico (o cinetico). La forza di attrito dinamico è in generale inferiore a quella statica.
Nel contatto tra solidi si è sempre in presenza di una superficie nominale di contatto che, nel caso di superfici conformi, corrisponde alla superficie in comune tra i due corpi, mentre nel caso di superfici non conformi, è una conseguenza dell'elasticità dei corpi a contatto e dell'azione che li preme uno contro l'altro.
Una delle teorie più accreditate è quella della *microsaldatura* fra le parti effettivamente a contatto, la cui superficie complessiva è una piccolissima frazione di quella apparente di contatto.

In seguito alla compressione mutua e alle conseguenti deformazioni plastiche ed elastiche, la aree reali di contatto, fra le quali può verificarsi una vera saldatura, si estendono proporzionalmente alla forza che preme i corpi l'uno contro l'altro e indipendente dalla superficie apparente di contatto.

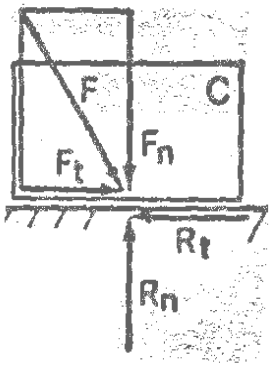
Consideriamo il caso che tra i due corpi a contatto non vi sia moto relativo. L'esperienza mostra che se applichiamo al corpo una forza F, anche non perpendicolare al piano, il corpo resta fermo finché la componente F_t non supera un certo valore F_t^*.



Possiamo perciò dire che il piano è in grado di esercitare una reazione R avente una componente R_t di valore massimo R_t^* (uguale a F_t^*) capace di opporsi all'azione di F_t che tenderebbe a muovere il corpo rispetto al piano di appoggio.

Dalle esperienze di Coulomb, risulta che

(6.1) $$R_t^* = f_a R_n$$



ove

- R_n è la componente normale della reazione;
- f_a è il coefficiente di aderenza (o attrito statico) dipendente dalla natura e dallo stato delle superfici a contatto, indipendente entro ampi limiti dall'estensione dell'area di contatto.

Per cui, affinché non vi sia moto relativo tra le superfici deve valere che

(6.2) $$R_t \leq f_a R_n$$

Per far strisciare i corpi l'uno sull'altro si deve avere una reazione pari almeno al valore massimo R_t^* . Ciò significa, facendo riferimento alla teoria delle microsaldature, che si debbono rompere dette saldature e per conseguenza:

(6.3) $$R_t^* = \tau_{\max} A_{eff}$$

ma

(6.4) $$A_{eff} = \frac{R_n}{\sigma_{\max}}$$

quindi

(6.5) $$R_t^* = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\max}} R_n = f R_n$$

che dimostra la ricordata indipendenza dalla superficie apparente di contatto.

Se la reazione tangente richiesta è maggiore di quella massima sviluppabile dal vincolo in base al coefficiente di attrito, allora si ha l'innesco del moto relativo di strisciamento, abbandonando la condizione di aderenza.

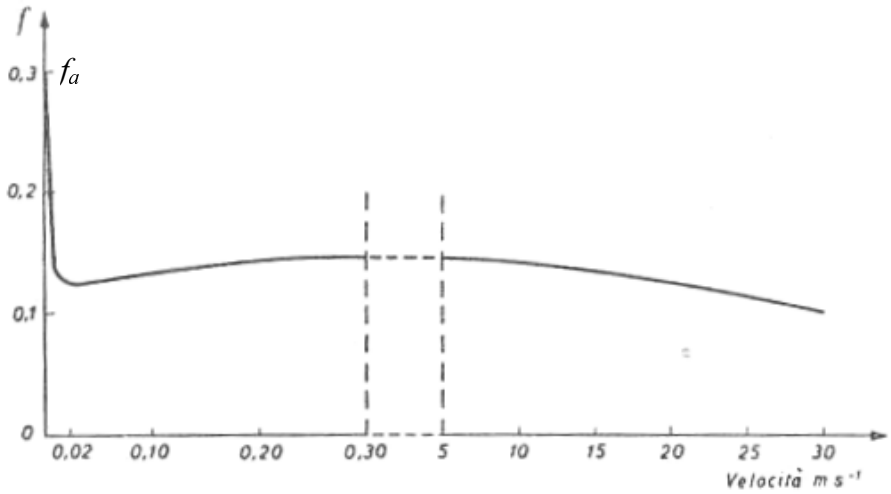
Se infatti:

(6.6) $$R_t > f_a R_n$$

il corpo si mette in moto rispetto alla superficie d'appoggio con velocità $\vec{v}$ e la componente tangenziale della reazione vale:

(6.7) $$\vec{R}_t = -f(v) R_n \frac{\vec{v}}{|v|}$$

diretta in verso opposto a quello della velocità $\vec{v}$. Il coefficiente di attrito dinamico (o cinetico) *f(v)* è anch'esso dipendente dallo stato e dalla natura delle superfici a contatto, ma non dall'estensione delle aree di contatto. Normalmente, in prima approssimazione, si trascura la sua dipendenza dalla velocità e si assume *f=cost.*



L'indipendenza di *f* dalla velocità è ammissibile entro limiti non troppo ampi di velocità. Dopo una brusca diminuzione passando da velocità nulla (*attrito statico*) a velocità piccolissime, dell'ordine di qualche millimetro al secondo, subisce poi un sensibile aumento al crescere della velocità fino a valori di circa 0,3 m/s. Per velocità

maggiori, fino a circa 5 m/s, il coefficiente d'attrito rimane costante. Oltre quella velocità il coefficiente di attrito tende a decrescere, diminuzione che diventa notevole a forti velocità.

Le leggi utilizzate per considerare i fenomeni di attrito sono quindi di origine empirica, e furono individuate da Amonton (1699) e successivamente integrate da Coulomb (1785). Esse, come detto, traggono origine dall'esperienza, e possono essere sintetizzate come segue:

- l'attrito è indipendente dall'estensione dell'area di contatto;
- la forza limite di attrito statico, e la forza di attrito in condizioni di strisciamento, sono proporzionali alla forza normale che tiene i corpi a contatto;
- l'attrito dinamico è indipendente dalla velocità di strisciamento, con le limitazioni sopra chiarite:

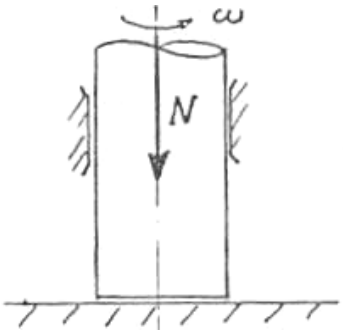
La (6.7) vale solamente se le superfici a contatto sono piane e v=costante. Se tali ipotesi non sono verificate, allora la relazione è verificata per le sole componenti di forza infinitesime:

(6.8) $$d\vec{R}_t = -f dR_n \frac{\vec{v}_{dA}}{|v_{dA}|} \cong -f dR_n \frac{\vec{v}_{dA}}{|v_{dA}|}$$

ove dA è l'area di contatto infinitesima, v_{dA} è la sua velocità di strisciamento e dR_n è la reazione normale a dA agente su di essa.

La potenza dissipata vale di conseguenza:

(6.9) $$W_{r(attrito)} = \vec{R}_t \times \vec{v} = -fR_n \frac{\vec{v}}{|v|} \times \vec{v} = -fR_n v$$



da annoverare nell'espressione della somma delle potenze nel Teorema dell'energia cinetica:

(6.10) $$\Pi = \frac{dT}{dt}$$

Al fine di chiarire come la (6.7) valga solamente nel caso di strisciamento a velocità costante tra due superfici piane, si consideri il perno spingente di figura, ruotante con velocità

angolare ω costante attorno al proprio asse e premuto su una superficie piana da una forza assiale N

I punti della superficie piana d'appoggio del perno sono dotati ciascuno di una velocità in modulo proporzionale alle distanza dall'asse di rotazione e di direzione tangente alla rispettiva traiettoria circolare.

Scrivendo l'equilibrio alla traslazione verticale, si ottiene:

$$N = R_n = \int_A dR_n = \int_A p dA \tag{6.11}$$

con p = pressione di contatto, funzione solo del raggio r per l'ovvia simmetria polare ma

$$R_t = \int_A dR_t = 0 \neq f R_n \tag{6.12}$$

6.2 Usura nel contatto tra solidi

Richiamando le tre cause che possono portare alla messa fuori servizio di una macchina (rottura, obsolescenza ed usura), si può osservare che:

- la rottura di elementi di macchine è un evento non frequente, che può essere dovuto a difetti del materiale o al fatto che il sistema sia assoggettato a carichi maggiori rispetto a quelli di progetto.
- l'obsolescenza, ossia l'invecchiamento dovuto alla comparsa sul mercato di macchine in grado di effettuare la medesima funzione in modo più conveniente (sia dal punto di vista della velocità di esecuzione, sia del risparmio dell'energia impiegata), interviene, in genere, dopo anni di funzionamento.
- l'usura è connaturata all'esercizio stesso della macchina, provocandone un decadimento della funzionalità, e non sempre in misura proporzionale al trascorrere del tempo. Di solito, infatti, i fenomeni di usura mostrano un tasso di crescita più elevato man mano che il livello globale di usura cresce.

L'usura si manifesta attraverso:

- aumento dei giochi negli accoppiamenti con conseguenti imprecisioni nel movimento e aumento della rumorosità;
- possibile comparsa di fenomeni di urto e conseguenti vibrazioni e sovraccarichi dinamici;

- possibile aumento del tasso di usura stesso, sopra citato, a causa dell'incremento delle azioni scambiate tra i corpi a contatto, oltre che a causa dell'abrasione delle superfici di contatto.

Un modello elementare di usura (*Ipotesi di Reye*) definisce *il volume di materiale asportato per logoramento come proporzionale al lavoro dissipato per attrito nell'unità di tempo.*

Su un elemento dA della superficie di contatto, su cui agisce la pressione p, si ha una forza normale pdA e perciò, durante il moto, una componente tangenziale $fpdA$, con f supposto noto e costante.

Se w è la velocità di strisciamento, il lavoro perduto nell'unità di tempo vale:

(6.13) $$dL = fpwdA$$

Se δ è lo spessore asportato sull'elemento per logoramento nell'unità di tempo, il volume asportato risulta δdA; per la proporzionalità affermata dal Reye, detto k un coefficiente di usura dipendente dai materiali di cui sono costituiti i due membri e dalle condizioni di lavoro, risulta:

(6.14) $$\delta dA = kfpwdA$$

Nel caso sopra analizzato del perno spingente, risulta quindi:

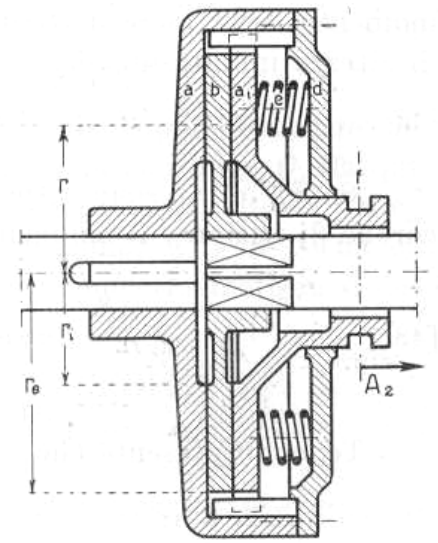
(6.15) $$\delta = kfpw = kfp\omega r$$

e poiché lo spessore di materiale asportato nell'unità di tempo risulta costante e indipendente dalla posizione sulla superficie, si ha:

(6.16) $$kfp\omega r = costante \Rightarrow p(r) \propto \frac{1}{r}$$

Come applicazione di quanto detto, si consideri un innesto a frizione, utilizzato nella costruzione di veicoli spinti da motori a combustione interna dove deve soddisfare le seguenti esigenze:

- i motori a combustione interna non possono avviarsi sotto carico e devono essere mantenuti, durante l'avviamento del veicolo, a un regime di coppia superiore a un dato valore minimo; inoltre occorre poter fermare il veicolo stesso senza fermare il motore;



- esistendo un cambio di velocità, il passaggio da una marcia all'altra va fatto mentre la trasmissione non trasmette coppia.

Tali esigenze sono soddisfatte dagli innesti a frizione che permettono di trasmettere una data coppia motrice tra due alberi coassiali rotanti a velocità angolari differenti.

Al fine di realizzare un innesto a frizione, vengono utilizzate le forze d'attrito che nascono tra due superfici rotanti (*a*-a_1 e *b*) rispettivamente solidali con l'albero motore e con quello comandato, premute l'una contro l'altra dallo spingidisco a_1.

Tale pressione è generalmente data da molle opportunamente precaricate ed è necessario che la pressione sia tale da poter trasmettere una coppia superiore a quella massima erogata dal motore

E' necessario, d'altronde, che:

- l'innesto possa funzionare come giunto di sicurezza evitando che, in caso di frenatura d'urgenza con motore innestato, si possano trasmettere all'albero motore decelerazioni troppo grandi;
- la differenza tra la coppia che l'innesto trasmette slittando e la coppia motrice non sia troppo grande per evitare grandi rallentamenti nel motore durante la fase di avviamento del veicolo

Al fine di determinare la coppia trasmessa per attrito, indicato con A_2 il precarico dato dalle molle, avremo che la pressione *p* agente su una faccia del disco *b* solidale con l'albero di trasmissione risulta essere pari a:

$$A_2 = \int_{r_i}^{r_e} p dA = \int_{r_i}^{r_e} 2\pi p r dr \qquad (6.17)$$

Ricordando, tuttavia, che la distribuzione di pressione varia in modo inversamente proporzionale al raggio secondo la (6.16):

(6.18) $$A_2 = \int_{r_i}^{r_e} 2\pi \frac{k'}{r} r dr = 2\pi k' \left(r_e - r_i \right)$$

da cui, noto A_2 e le dimensioni del disco:

$$k' = \frac{A_2}{2\pi \left(r_e - r_i \right)}$$

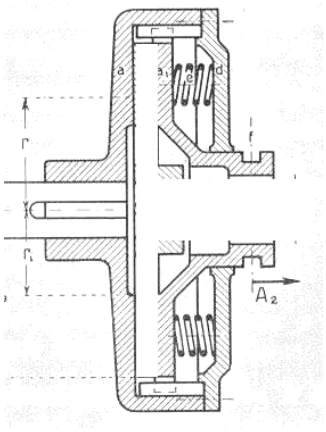
Nel moto relativo tra i dischi, a causa dell'attrito definito dal coefficiente f supposto costante, si genera quindi un momento M_r opposto alla velocità angolare del motore

(6.19) $$M_r = \int_{r_i}^{r_e} f 2\pi \frac{k'}{r} r^2 dr = f \pi k' \left(r_e^2 - r_i^2 \right)$$

che può essere visto come dovuto a una forza tangenziale fittizia, di modulo pari a fA_2 , avente un braccio equivalente R_{eq} tale che

(6.20) $$R_{eq} = \frac{M_r}{fA_2} = \frac{f \pi k' \left(r_e^2 - r_i^2 \right)}{fA_2} = \frac{\left(r_e - r_i \right)\left(r_e + r_i \right)}{2\left(r_e - r_i \right)} = \frac{r_e + r_i}{2}$$

pari al raggio medio del disco.



Applicando dapprima il teorema dell'energia cinetica al sistema composto dal motore e dalla campana della frizione avremo:

(6.21) $$M_m \omega_m - M'_r \omega_m = J \dot{\omega}_m \omega_m$$

dove $M'_r = 2M_r$ essendo, nel nostro caso, due le facce che trasmettono il moto al disco della frizione.

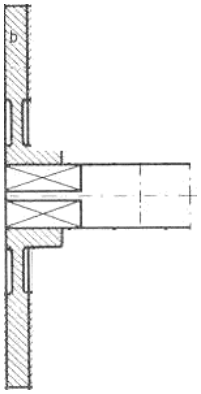
Poiché tale momento è maggiore della coppia massima erogata dal motore, quest'ultimo decelera con una accelerazione negativa pari a:

(6.22) $$\dot{\omega}_m = \frac{M_m - M'_r}{J}$$

Conseguentemente, supponendo M_m costante e integrando la (6.22) a partire dalla condizione di velocità angolare iniziale del motore pari a ω_0, la legge del moto del sistema fisico composto dal motore e dalla sola campana della frizione risulta essere

$$\omega_m(t) = \omega_0 - \frac{M'_r - M_m}{J} t \tag{6.23}$$

dalla quale si nota che se la velocità angolare iniziale del motore è troppo piccola, e conseguentemente la coppia erogata, la grande decelerazione può portare il motore a spegnersi.



Per quanto riguarda il disco della frizione, rigidamente collegato all'utilizzatore, possiamo applicare il teorema dell'energia cinetica ottenendo:

$$M'_r \omega_u - M_u \omega_u = J' \dot{\omega}_u \omega_u \tag{6.24}$$

avendo indicato con M_u e J', rispettivamente la coppia e il momento d'inerzia del veicolo ridotti[1] all'albero sul quale è calettato il disco della frizione che ruota con velocità angolare ω_u.

Il momento d'inerzia ridotto deve tener conto solo della massa del veicolo, del momento d'inerzia delle ruote e degli organi di trasmissione.

L'accelerazione del disco della frizione sarà quindi

$$\dot{\omega}_u = \frac{M'_r - M_u}{J'} \tag{6.25}$$

[1] Poiché il sistema è a un solo grado di libertà, come già ricordato al capitolo 1 para.2.3, tutte le variabili fisiche che definiscono sia le velocità dei punti d'applicazione delle forze attive agenti sul veicolo, sia la velocità del baricentro dello stesso nonché le velocità angolari, a esempio, delle ruote sono funzione del grado di libertà scelto, nel nostro caso della velocità angolare del disco della frizione. Potremo, quindi, sempre scrivere che da un punto di vista dell'equipollenza globale la potenza delle forze attive agenti sull'utilizzatore è dovuta a una coppia equivalente M_u applicata al disco della frizione e che l'energia cinetica sempre dell'utilizzatore è dovuta a un disco fittizio di momento d'inerzia J' solidale con l'albero di trasmissione.

e la conseguente legge del moto del veicolo, supposto inizialmente fermo e considerando M_u costante, sarà

(6.26) $$\omega_u(t) = \frac{M'_r - M_u}{J'} t$$

Dopo un tempo t_0, detto tempo d'innesto, le due velocità angolari saranno eguali e la frizione si comporterà come un collegamento rigido e la legge del moto del veicolo varrà

(6.27) $$\omega_u(t) = \omega_m(t) = \omega_m(t_0) + \frac{M_m - M_u}{J' + J}(t - t_0)$$

Tale legge vale se non vi è slittamento tra disco e campana della frizione ovvero se sono verificate entrambe le equazioni:

(6.28) $$\begin{aligned} M'_{\max} &= 2 f_a A_2 R_{eq} > M(\omega) + J\dot{\omega} \\ M'_{\max} &= 2 f_a A_2 R_{eq} > M_u(\omega) + J'\dot{\omega} \end{aligned}$$

dove $M'_{\max}$ rappresenta il momento massimo della frizione in condizioni di incipiente slittamento.

Si noti che:

- durante il transitorio d'innesto gli organi della trasmissione sono sollecitati da un momento torcente maggiore della coppia massima erogata dal motore e ciò spiega le possibili rotture in fase di partenza;
- l'aumento del momento trasmesso durante la fase di slittamento riduce il tempo d'innesto a vantaggio delle prestazioni;
- la riduzione di *J*, facendo il momento d'inerzia della campana e del disco i più piccoli possibili, migliora le accelerazioni;
- aumentando il momento trasmesso dalla frizione in fase d'innesto si ha un incremento della potenza dissipata con corrispondente incremento della temperatura del materiale d'attrito e conseguente riduzione del suo coefficiente *f*.

6.3 Attrito di rotolamento

Con il termine resistenza al rotolamento, talora indicato come attrito volvente, si definisce la resistenza incontrata da un corpo che rotoli senza strisciare macroscopicamente sulla superficie di un altro corpo.

L'esperienza, infatti, indica che per mantenere, ad esempio una ruota in moto a velocità costante, anche in assenza di azioni resistenti attive, è necessario applicare delle azioni motrici, realizzate tramite coppie applicate alle ruote o forze al centro ruota.

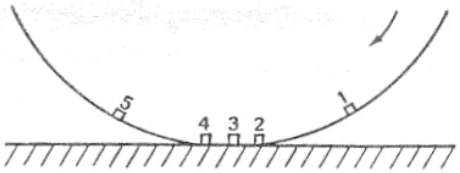
In varie applicazioni in campo ingegneristico, la potenza dissipata associata a questa forma di resistenza non può essere sempre trascurata. Si darà qui una spiegazione qualitativa del fenomeno, che in realtà è molto complessa e legata alla deformabilità dei corpi, indicando la procedura per includere tale effetti negli schemi di calcolo utilizzati per i corpi rigidi.

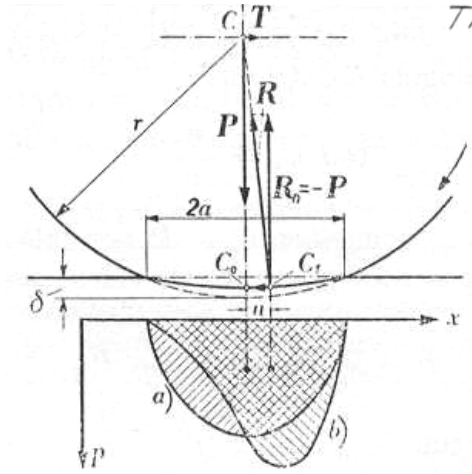
Se i corpi fossero continui e perfettamente rigidi, quali si suppongono in schemi di prima approssimazione, nel rotolamento puro di un corpo su un altro, ammesso che le forze agenti tra i due corpi passino sempre per i punti di contatto, non si dovrebbe avere, per effetto di tale moto relativo, dispersione alcuna di energia meccanica.

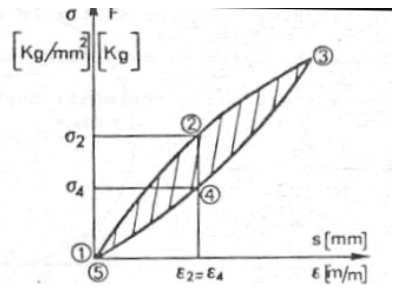
Infatti, essendo nullo, per la definizione stessa di rotolamento, il moto istantaneo tra i punti di contatto, le forze agenti tra i due corpi con linee d'azione passanti per detti punti eseguono lavoro nullo.

Anche se i corpi non fossero rigidi, ma perfettamente elastici, il rotolamento non darebbe dispersione di energia, perché l'energia spesa per produrre la deformazione negli elementi che vengono successivamente a contatto sarebbe eguale a quella restituita da quelli che abbandonano il contatto.

In realtà, i corpi reali non sono perfettamente elastici con l'effetto di far diminuire i valori che assumono le







forze elastiche, nel periodo in cui il corpo tende a riprendere la forma

primitiva, rispetto ai valori che esse avevano, per il medesimo valore di deformazione nel periodo in cui questa aumentava.

La distribuzione reale delle pressioni assume quindi l'andamento b), rispetto a quello simmetrico a) del caso di perfetta elasticità.

La risultante R_n delle pressioni passa per un punto C_1 spostato nel verso del moto di una quantità u legata dalla relazione $u = f_v r$ al coefficiente di attrito volvente f_v o coefficiente di resistenza al rotolamento.

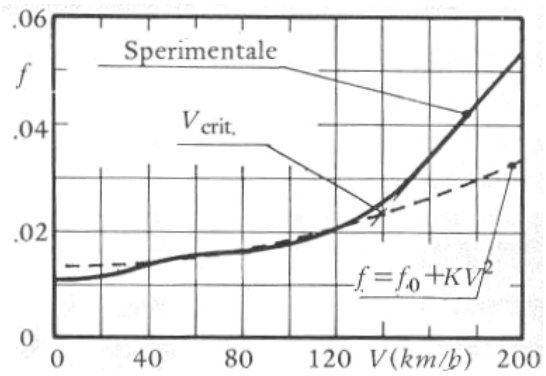
E' possibile a questo punto determinare la potenza perduta per rotolamento da prendere in considerazione nel teorema dell'energia cinetica:

(6.29) $$W_r = -R_n u\omega = -f_v R_n v$$

essendo ω la velocità angolare della ruota, v la velocità di avanzamento del centro ruota.

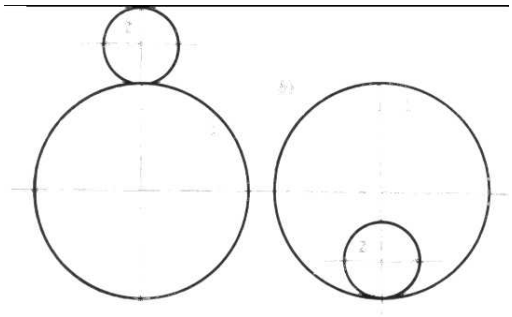
Il coefficiente di attrito volvente è in genere funzione della velocità di marcia (diagramma sperimentale), normalmente approssimato con l'espressione

(6.30) $$f_v = f_0 + Kv^2$$



Qualora il campo di velocità lo permetta, viene, invece, ritenuto costante.

Al fine di rilevare sperimentalmente il coefficiente di attrito volvente, ad esempio di pneumatici, le più semplici macchine di prova sono quelle che utilizzano la cosiddetta "ruota-strada", ovvero una superficie cilindrica sulla quale la ruota viene fatta rotolare.



Le condizioni reali di funzionamento del pneumatico sono intermedie tra i risultati ottenuti con i due tipi di macchina e i risultati sono tanto più attendibili quanto più è alto il rapporto tra i raggi della ruota strada e del pneumatico.

Per la misura del coefficiente di attrito volvente si può portare il complesso ruota-ruota strada a una velocità prestabilita per poi lasciare che il sistema proceda per inerzia disinnestando i motori. Applicando il bilancio di potenze al sistema si ottiene, nota la curva caratteristica del momento resistente $M_s(\omega_s)$ applicato alla ruota strada e trascurando il momemto resistente applicato alla cerchio con pneumatico, avremo

(6.31) $$-M_s\left(\omega_s\right)\omega_s - f_v Z r_0 \omega = J_s \dot{\omega}_s \omega_s + J\dot{\omega}\omega$$

dove il pedice *s* si riferisce alle grandezze della ruota strada, r_0 è il raggio di rotolamento sotto carico del pneumatico e *Z* è il carico verticale applicato zavorrando la ruota dotata di pneumatico.

Ricordando per le ipotesi di rotolamento che

(6.32) $$r_s\omega_s = r_0\omega$$

otteniamo:

(6.33) $$-M_s\left(\omega_s\right)\frac{r_0}{r_s}\omega - f_v Z r_0 \omega = J_s \dot{\omega}\omega\left(\frac{r_0}{r_s}\right)^2 + J\dot{\omega}\omega$$

da cui:

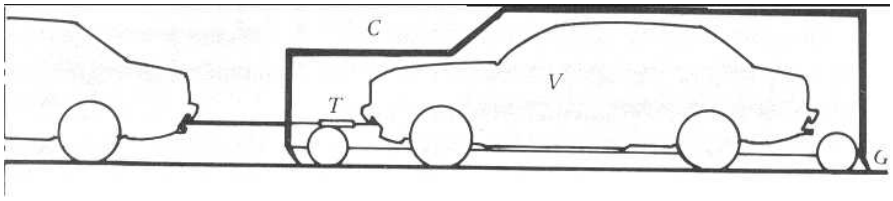
(6.34) $$-\frac{M_s\left(\omega_s\right)r_0}{r_s} - f_v Z r_0 = \left(J_s\left(\frac{r_0}{r_s}\right)^2 + J\right)\dot{\omega}$$

ovvero:

(6.35) $$f_v = \frac{-M_s\left(\omega_s\right)r_0 r_s - \left(J_s r_0^2 + J r_s^2\right)\dot{\omega}}{Z r_0 r_s^2}$$

La curva caratteristica $M_s(\omega_s)$ può essere rilevata sperimentalmente registrando un transitorio di arresto della sola ruota strada. Il metodo presenta delle difficoltà di misura in quanto normalmente si registra la legge del moto $\omega(t)$ della quale è necessario calcolare numericamente l'accelerazione angolare.

In alternativa si effettuano prove su strada trainando un veicolo posto all'interno di un cassone per impedire che su di esso si esercitino forze aerodinamiche.



Un tirante dinamometrico collega il cassone con il veicolo e applicando il bilancio di potenze alla sola autovettura avremo, in condizione di regime assoluto,

(6.36) $$Tv - \sum_{i=1}^{4} f_{vi} R_{ni} r_{0i} \omega_i = 0$$

che nelle ipotesi di egual coefficiente di attrito per le quattro ruote e eguale raggio di rotolamento sotto carico e ricordando che nelle ipotesi di rotolamento $v = r_{0i}\omega_i$ porta a

(6.37) $$Tv - f_v v \sum_{i=1}^{4} R_{ni} = 0$$

ma, nelle ipotesi di marcia in piano, detta *M* la massa del veicolo l'equilibrio alla traslazione verticale porta a

(6.38) $$Mg = \sum_{i=1}^{4} R_{ni}$$

e quindi la (6.37) diventa

(6.39) $$f_v = \frac{T}{Mg}$$