

Introduzione allo studio delle Macchine termiche

(parte terza)

Yunus A. Çengel, Michael A. Boles
Thermodynamics: an engineering approach 4th Edition McGraw-Hill

La disuguaglianza di Clausius

La seconda legge della termodinamica spesso conduce ad espressioni contenenti disuguaglianze.

In base alla seconda legge della termodinamica si afferma infatti che una macchina irreversibile, ad esempio, è meno efficiente di una macchina reversibile operante tra le medesime sorgenti di temperatura; oppure che un frigorifero o una pompa di calore irreversibili hanno un minore COP rispetto ad una macchina analoga reversibile operante tra gli stessi limiti di temperatura.

La più importante disuguaglianza connessa al secondo principio è comunque la cosiddetta disuguaglianza di Clausius (1822-1288), formulata da uno dei pionieri della Termodinamica, che ha la seguente formulazione:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

dove δQ rappresenta il calore entrante in un qualsiasi punto di un ciclo e T la temperatura in corrispondenza della quale avviene il passaggio di calore

Per dimostrare la validità della disuguaglianza di Clausius consideriamo un dispositivo combinato costituito da un sistema connesso ad una sorgente a temperatura costante tramite una macchina reversibile.

La macchina reversibile riceve la quantità di calore δQ_R dalla sorgente a temperatura T_R e fornisce una

quantità di calore δQ al sistema che, nell'istante considerato, ha la temperatura T . Il sistema, infine, produrrà un lavoro δW_{sys} per effetto della quantità di calore ricevuta δQ .

Applicando il primo principio della termodinamica al sistema combinato, così definito, si ha:

$$\delta W_C = \delta W_{\text{rev}} - \delta W_{\text{sys}} = \delta Q_R - dE_C$$

dove con dE_C si è indicata la variazione di energia totale del dispositivo combinato.

Poiché la macchina è reversibile, dal principio di Carnot, si ha:

$$\frac{\delta Q_R}{\delta Q} = \frac{T_R}{T} \rightarrow \frac{\delta Q_R}{T_R} = \frac{\delta Q}{T}$$

Da cui è immediato ricavare che:

$$\delta W_C = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_C$$

Nell'ipotesi che il sistema completi un ciclo in corrispondenza di un numero infinito di cicli della macchina, si può scrivere:

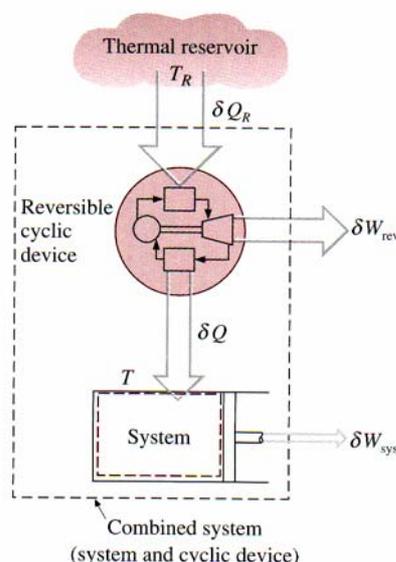
$$W_C = T_R \oint \frac{\delta Q}{T}$$

Allora il sistema combinato proposto produce lavoro scambiando calore con una singola sorgente.

Ma per il secondo principio sappiamo che: *nessun sistema può produrre lavoro operando ciclicamente e scambiando calore con una singola sorgente*. Conseguentemente W_C non può essere una quantità positiva.

D'altra parte T_R è sicuramente una quantità positiva. Il rispetto del secondo principio della termodinamica impone pertanto che l'integrale ciclico di $\delta Q/T$ deve essere non positivo. In altre parole, il dispositivo proposto rispetta il secondo principio della termodinamica se e solo se è verificata la seguente disuguaglianza:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (2.1)$$



che è la cosiddetta disuguaglianza di Clausius. Tale disuguaglianza è valida per *tutti* i cicli termodinamici reversibili o irreversibili.

Se nessuna irreversibilità è presente nella macchina e nel sistema, allora il dispositivo combinato è da considerarsi internamente reversibile e può essere percorso in senso inverso. In tal caso tutte le quantità esaminate in precedenza avranno la stessa ampiezza ma segno opposto. Quindi, il lavoro W_C , considerando il sistema combinato come reversibile, non potrà essere maggiore di zero quando il ciclo viene percorso in senso diretto e non potrà essere minore di zero quando il ciclo è percorso in senso inverso.

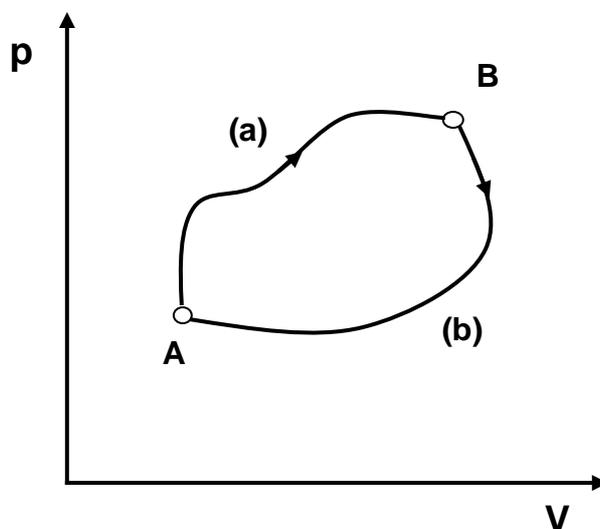
Pertanto, considerando un sistema combinato reversibile, il lavoro W_C non potrà che essere nullo. Ovvero:

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = 0 \quad (2.2)$$

Si conclude pertanto che nella disuguaglianza di Clausius il segno di uguaglianza vale per cicli totalmente o solo internamente reversibili, mentre la disuguaglianza stretta vale per i cicli irreversibili.

L'Entropia

La (2.2) implica l'esistenza di una funzione di stato chiamata entropia e indicata usualmente col simbolo S . Infatti, consideriamo un sistema che da uno stato iniziale A passa ad uno stato finale B, entrambi di equilibrio.



Partendo da A, il sistema può raggiungere B attraverso la trasformazione reversibile (a) e quindi ritornare in A attraverso la trasformazione reversibile (b); il ciclo ottenuto è reversibile, pertanto si ha:

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \Rightarrow \int_{A,(a)}^B \frac{\delta Q}{T} = \int_{A,(b)}^B \frac{\delta Q}{T}$$

Essendo le trasformazioni (a) e (b) completamente arbitrarie, si deduce che il valore dell'integrale è indipendente da esse; pertanto resta dimostrata l'esistenza della funzione di stato entropia. Indicando con S_B ed S_A i valori che assume tale funzione in corrispondenza agli stati A e B, la variazione di entropia del sistema viene espressa da:

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad \text{kJ/K} \quad (2.3)$$

L'integrale va calcolato mediante una qualunque trasformazione reversibile o insieme di trasformazioni reversibili¹, lungo le quali δQ è definito, congiungenti gli stati A e B, purché tali stati siano di equilibrio termodinamico. Deduciamo inoltre che il rapporto tra la quantità infinitesima di calore e la temperatura alla quale viene scambiata è un differenziale esatto; in altri termini: mentre δQ non è un differenziale esatto, il fattore integrante $1/T$ lo ha reso tale, cioè:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (2.4)$$

Notiamo ancora che l'entropia, come tutte le funzioni di stato, è definita a meno di una costante arbitraria; per un sistema termodinamico è possibile scegliere uno stato di riferimento arbitrario S_0 , ed in base a questo definire la funzione entropia:

$$S = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} + S_0$$

¹ L'integrale $\delta Q/T$ lungo un percorso irreversibile *non* è una proprietà e, in generale, differisce dal valore ottenuto effettuando l'integrazione lungo un qualsiasi percorso reversibile. Pertanto, anche nel caso di processi *irreversibili*, la variazione di entropia tra gli stati di equilibrio iniziali e finali deve essere valutata con riferimento a qualsiasi *ipotetico* processo *reversibile* che interessi i medesimi stati di equilibrio.

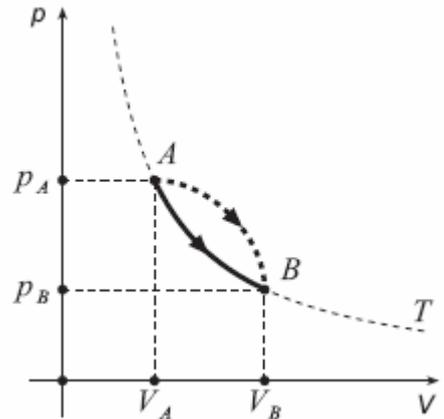
Poiché nelle applicazioni ingegneristiche, in generale, interessano le variazioni di entropia tra gli stati di equilibrio iniziali e finali, lo stato di riferimento non interviene; d'altra parte la sua valutazione è possibile essenzialmente per mezzo della terza legge della termodinamica a cui accenneremo in seguito. La necessità che gli stati iniziale e finale siano di equilibrio nasce dal fatto che la trasformazione lungo la quale va calcolata la variazione di entropia deve essere reversibile, cioè deve essere una successione di stati di equilibrio. Ne segue che, per motivi di continuità, anche gli stati estremi devono essere di equilibrio.

Esempio 2-1

Stabiliamo la variazione di entropia corrispondente ad un'espansione libera di una massa M di gas ideale tale da raddoppiarne il volume. Questa trasformazione non è quasi statica né reversibile, sebbene gli stati estremi della trasformazione, A e B , siano di equilibrio; le relative coordinate termodinamiche del sistema sono:

A: p_A, V_A, T B: $0.5 p_A, 2V_A, T$

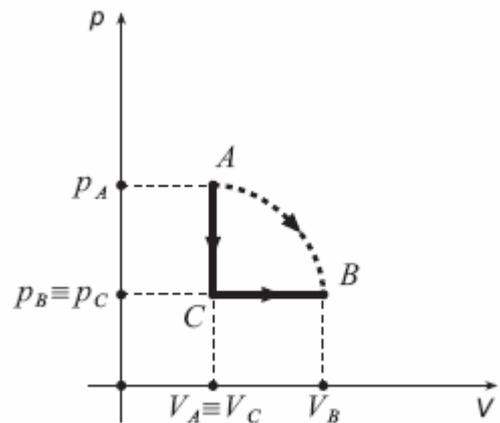
Ai fini del calcolo della variazione di entropia scegliamo una qualsiasi trasformazione reversibile che porti dallo stato A allo stato B . Siccome tali punti si trovano sull'isoterma a temperatura T , la scelta più immediata è la trasformazione isoterma quasi statica, cioè un ramo di iperbole equilatera, allora risulta:



$$\Delta S = S_B - S_A = \int_{A \text{ isoterma}}^B \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_A^B \delta Q = \frac{M}{T} \int_A^B p dv = \frac{M \cdot R \cdot T}{T} \int_A^B \frac{dv}{v} = M \cdot R \cdot \log \frac{v_B}{v_A} = M \cdot R \cdot \log 2$$

Lo stesso risultato può essere conseguito scegliendo un'altra qualsiasi trasformazione reversibile che colleghi A con B .

Consideriamo, ad esempio, una trasformazione isocora che colleghi A con uno stato intermedio C e poi un'isobara che colleghi C con B . Si ha pertanto:



$$\Delta S = S_B - S_A = \underbrace{\int_A^C \frac{\delta Q}{T}}_{\text{isocora}} + \underbrace{\int_C^B \frac{\delta Q}{T}}_{\text{isobara}} = M \left(\int_A^C c_v \frac{dT}{T} + \int_C^B c_p \frac{dT}{T} \right)$$

$$= M (c_p - c_v) \cdot \log \frac{T}{T_C} = M \cdot R \cdot \log \frac{T}{T_C}$$

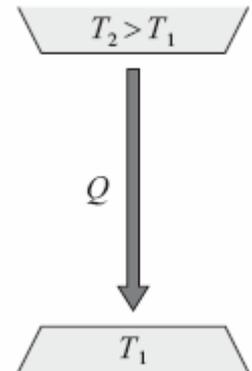
$$\frac{T}{T_C} = \frac{p_A v_A}{R} \frac{R}{p_C v_C} = \frac{v_A}{v_B} = 2$$

$$\Delta S = M \cdot R \cdot \log 2$$

Naturalmente le trasformazioni reversibili adoperate ai fini del calcolo sono trasformazioni ideali che non condividono nulla con la trasformazione reale a parte gli stati iniziale e finale. Notiamo infine che in questa trasformazione spontanea risulta $\Delta S > 0$, cioè l'entropia del sistema è aumentata.

Esempio 2-2

Calcoliamo la variazioni di entropia corrispondente al trasferimento di una quantità di calore Q da una sorgente a temperatura T_2 ad una a temperatura $T_1 < T_2$; tale processo è spontaneo e irreversibile. Il sistema è costituito da due parti, la sorgente a temperatura T_1 che assorbe il calore Q e la sorgente a temperatura T_2 che cede il calore Q .



La variazione di entropia ΔS del sistema è la somma delle variazioni di entropia ΔS_1 e ΔS_2 delle due sorgenti considerate separatamente. La variazione ΔS_1 della sorgente che assorbe il calore Q è:

$$\Delta S_1 = \int_A^B \frac{\delta Q}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int_A^B \delta Q = \frac{Q}{T_1}$$

Mentre la variazione di entropia della sorgente che cede il calore Q vale:

$$\Delta S_2 = \int_A^B \frac{\delta Q}{T_2} = -\frac{Q}{T_2}$$

sebbene le due sorgenti scambino la stessa quantità di calore in valore assoluto, tale quantità è negativa dal punto di vista della sorgente a temperatura maggiore, $-Q$, in quanto questa sorgente cede del calore ed è positiva dal punto di vista della sorgente a temperatura minore, Q , siccome questa sorgente assorbe del calore. Ne segue che $\Delta S_1 > 0$ e $\Delta S_2 < 0$. La variazione totale di entropia è:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = Q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

Anche in questo processo spontaneo l'entropia aumenta.

Esempio 2-3

Una macchina termica scambia le quantità di calore $Q_1 = -300$ kJ (calore ceduto), $Q_2 = 60$ kJ, $Q_3 = 550$ kJ, con tre sorgenti:

$T_1 = 300$ K, $T_2 = 400$ K, $T_3 = 1000$ K. Stabilire se la macchina è reversibile e calcolarne il rendimento.

Per una macchina reversibile deve essere:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0 \rightarrow -\frac{300}{300} + \frac{60}{400} + \frac{550}{1000} = 0.3 \text{ kJ/K} \neq 0$$

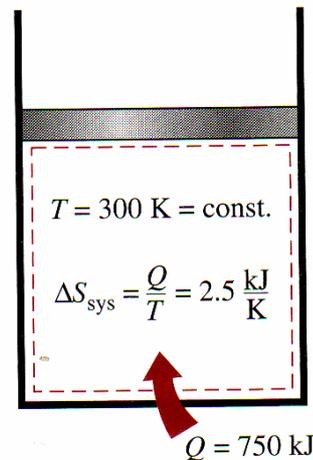
Pertanto la macchina non è reversibile. Il rendimento vale:

$$\eta_{th} = \frac{550 + 60 - 300}{550 + 60} \cong 0.51$$

Esempio 2-4

Un cilindro entro cui può scorrere liberamente un pistone contiene una miscela di acqua e vapore a 300 K. Durante un processo isobaro, 750 kJ di calore vengono trasferiti all'acqua. In tal modo parte del liquido si trasformerà in vapore. Determinare la variazione di entropia dell'acqua durante il processo.

Consideriamo un sistema chiuso costituito da tutta l'acqua (liquido e vapore) contenuta all'interno del cilindro. La temperatura durante il processo rimane costante (vaporizzazione a pressione costante di una sostanza pura).



Nell'ipotesi di assenza di irreversibilità, la variazione di entropia durante un processo isothermico può essere facilmente determinata:

$$\Delta S_{\text{sys isothermal}} = \frac{Q}{T_{\text{sys}}} = \frac{750}{300} = 2.5 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Legge di accrescimento dell'Entropia

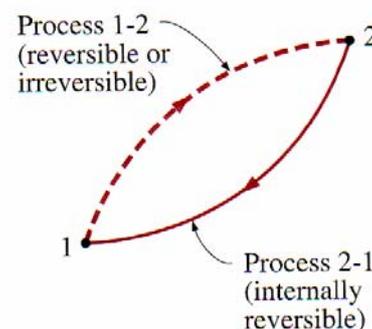
Consideriamo un ciclo costituito da due processi: processo 1-2 che può essere arbitrariamente reversibile o irreversibile, e il processo 2-1 che è reversibile.

Dalla disuguaglianza di Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

si ottiene:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \leq 0$$



A cycle composed of a reversible and an irreversible process.

Il secondo integrale esprime la variazione di entropia, pertanto si ha:

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + (S_2 - S_1) \leq 0 \rightarrow S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \rightarrow dS \geq \frac{\delta Q}{T} \tag{2.5}$$

nella (2.5) l'uguaglianza vale per processi internamente reversibili, mentre la disuguaglianza stretta va riferita ai processi irreversibili. In altri termini, la variazione di entropia di un sistema chiuso che subisce un processo irreversibile è sempre maggiore dell'integrale di $\delta Q/T$ valutato lungo il processo, mentre solo nel caso di processi reversibili la variazione di entropia è esattamente pari all'integrale di $\delta Q/T$ valutato lungo il processo. Sottolineiamo infine, che nella (2.5) T rappresenta la temperatura assoluta della parte di contorno del sistema laddove il calore δQ viene scambiato con l'esterno (tutto ciò che non è sistema).

Definiamo pertanto:

Variazione di entropia del sistema la quantità $\Delta S = S_2 - S_1$.

Entropia trasferita con il calore lungo il processo 1-2 il valore dell'integrale: $\int_1^2 \delta Q/T$

Solo per processi reversibili (ideali), la variazione di entropia del sistema sarà esattamente pari all'entropia trasferita con il calore. Nel caso di processi irreversibili (reali) la variazione di entropia di un sistema chiuso è sempre maggiore dell'entropia trasferita. Durante un processo irreversibile allora, si creerà sempre dell'entropia la cui generazione è dovuta appunto alla presenza di irreversibilità. Ovvero:

$$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} \quad (2.6)$$

L'entropia generata è sempre positiva o nulla e il suo ammontare dipende dal processo: pertanto l'entropia generata *non* è una proprietà del sistema. In assenza di ogni trasferimento di entropia, la variazione di entropia di un sistema è pari all'entropia generata

La (2.5) permette anche di affermare che, per un sistema isolato (trasferimento di calore nullo), la variazione di entropia è sempre maggiore o uguale a zero.

$$\Delta S_{isolated} \geq 0 \quad (2.7)$$

In altre parole, in un sistema isolato, l'entropia non può *mai* diminuire.

L'entropia è una proprietà estensiva, pertanto l'entropia totale di una sistema è pari alla somma delle entropie delle sue parti

Un sistema isolato può essere costituito da un numero qualsiasi di sottosistemi.

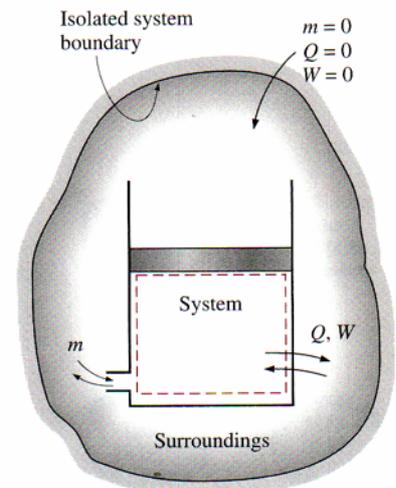
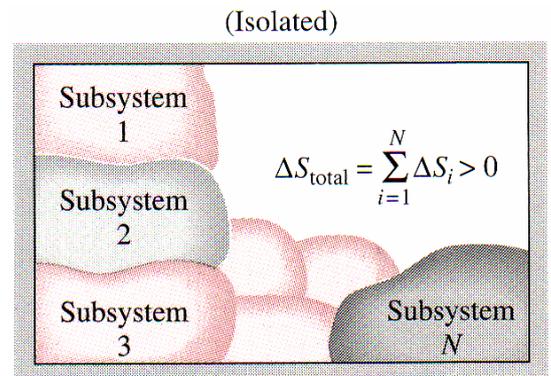
Un sistema e l'ambiente circostante costituiscono un sistema isolato dato che entrambi possono essere immaginati racchiusi da un unico contorno abbastanza ampio attraverso il quale possono considerarsi nulli sia i trasferimenti di calore sia i trasferimenti di massa

Pertanto il sistema e l'ambiente circostante possono essere considerati come due sottosistemi parte di un sistema isolato. Con questa schematizzazione ben presente, è immediato riconoscere che la variazione di entropia del sistema isolato durante qualsiasi processo è la somma delle variazioni di entropia del sistema e dell'ambiente circostante.

D'altra parte dalla (2.6) è evidente che la variazione di entropia del sistema isolato (senza scambi di calore) è pari all'entropia generata, ovvero:

$$S_{gen} = \Delta S_{tot} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} \geq 0 \quad (2.8)$$

Poiché nessun processo reale può essere completamente reversibile, possiamo concludere che qualsiasi processo reale genera dell'entropia. Pertanto l'entropia dell'universo, che può essere considerato un enorme sistema isolato, è destinata continuamente a crescere.



A system and its surroundings form an isolated system.

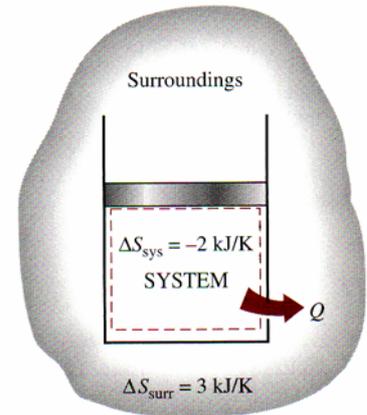
Il principio dell'accrescimento dell'entropia non asserisce che l'entropia di un sistema non possa decrescere. La variazione di entropia di un sistema può essere negativa, ciò che *non può* negativizzarsi è invece l'entropia generata.

Il principio dell'accrescimento dell'entropia può essere riassunto come segue:

$$S_{gen} \begin{cases} > 0 & \text{processo reversibile} \\ = 0 & \text{processo reversibile} \\ < 0 & \text{processo irrealizzabile} \end{cases}$$

I seguenti punti riassumono quanto si è detto a proposito della legge di accrescimento dell'entropia:

1. I processi in natura si manifestano spontaneamente solamente in una certa direzione. Un processo evolve nella direzione secondo cui, in accordo con il principio dell'accrescimento dell'entropia, l'entropia generata è positiva.
2. L'entropia si conserva solamente durante i processi reversibili (ideali), mentre si accresce sempre durante i processi reali.
3. Le prestazioni di qualsiasi dispositivo sono sempre degradate dalla presenza di irreversibilità e l'entropia generata è una misura delle ampiezza delle irreversibilità presenti durante il processo.



$$S_{gen} = \Delta S_{total} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 1 \text{ kJ/K}$$

The entropy change of a system can be negative, but the entropy generation cannot.

Entropia, probabilità e disordine

Per arrivare al legame tra entropia e probabilità, legame che, come vedremo, è di notevole importanza non solo applicativa ma anche teorica, occorre premettere alcune considerazioni sul concetto di probabilità termodinamica, anche se non entreremo nei dettagli.

Consideriamo il seguente esempio: si abbiano 10 palline da ripartire fra due recipienti identici A e B. La ripartizione con 10 palline in A e 0 in B si può realizzare evidentemente in un solo modo; quella con 9 in A e 1 in B, in 10 modi diversi a seconda di quale pallina metto in B; quella con 8 in A e 2 in B, in 45 modi diversi; quella con 5 in A e 5 in B in 252 modi diversi, che rappresenta il massimo numero possibile. La distribuzione delle palline si può chiamare *stato macroscopico* del sistema, la individuazione effettiva di quali palline stanno in A e di quali stanno in B si può chiamare *stato microscopico*.

In termodinamica per stato microscopico si intende non solo la individuazione della posizione, ma anche della velocità delle singole molecole che compongono il sistema: il numero delle possibilità aumenta dunque considerevolmente.

Ebbene si chiama *probabilità termodinamica* di uno stato macroscopico il numero di stati microscopici diversi con cui esso può essere realizzato. Nell'esempio precedente lo stato "5 palline in A e 5 in B" ha *probabilità termodinamica* 252. E' chiaro dall'esempio che uno stato macroscopico è tanto più probabile quanto più alta è la sua probabilità termodinamica.

Risulta anche chiaro dall'esempio che più uno stato è probabile, più è *disordinato*, nel senso che le palline sono distribuite con maggiore uniformità. Nel caso di una sostanza, il numero di molecole che la compongono è enorme (si pensi al numero di Avogadro), per cui gli stati più disordinati, nel senso detto sopra, sono enormemente più probabili di quelli più ordinati.

Un fondamentale teorema (di Boltzmann) afferma che vale il seguente legame tra entropia S e probabilità termodinamica P di uno stato:

$$S = k \lg P + c_0 \quad k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad (2.9)$$

cioè l'entropia è proporzionale al logaritmo della probabilità termodinamica, a meno di una inessenziale costante additiva c_0 . L'entropia si rivela dunque una misura del numero diverso di modi in cui un certo stato macroscopico del sistema può essere realizzato.

Dalla (2.9) segue che aumentando P aumenta S , e viceversa.

Il secondo principio della termodinamica si può allora enunciare nella forma seguente:

I fenomeni naturali si svolgono sempre nel senso che porta da uno stato meno probabile ad uno più probabile, termodinamicamente.

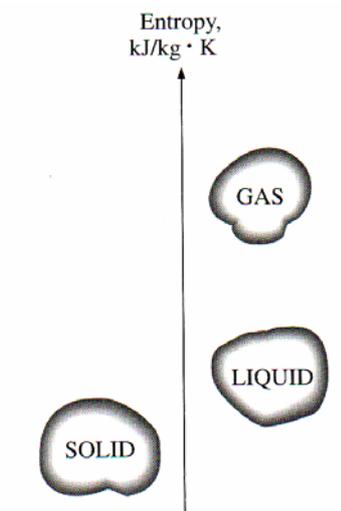


The use of entropy (disorganization, uncertainty) is not limited to thermodynamics.

Da un punto di vista microscopico, l'entropia di un sistema cresce ogni volta che aumenta il disordine molecolare. Non è sorprendente allora il fatto che l'entropia di una sostanza è più bassa nella fase solida e più elevata nella fase gassosa. Nella fase solida le molecole si muovono continuamente intorno alla loro posizione di equilibrio, ma non possono muoversi reciprocamente: la loro posizione, in ogni istante, può essere prevista con buona approssimazione. Nella fase gassosa invece, le molecole si muovono casualmente scontrandosi le une con le altre rendendo estremamente difficile prevedere microscopicamente lo stato del sistema.

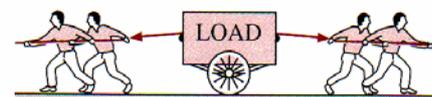
Le molecole di un gas, come abbiamo visto, sono dotate di notevole energia cinetica. Come mai allora una ventola, inserita all'interno di un contenitore chiuso contenente un gas, non si mette spontaneamente in rotazione producendo lavoro?

Le molecole del gas sono sì dotate di energia cinetica, ma tale energia è altamente disorganizzata e quindi non utilizzabile.



The level of molecular disorder (entropy) of a substance increases as it melts or evaporates.

Schematizzando potremmo ritenere che il numero di molecole che in ogni istante ruotano la ventola in un verso siano esattamente pari al numero di molecole che tendono a ruotare la ventola nel verso opposto. *Non possiamo estrarre lavoro utile quando l'energia è disponibile in modo disorganizzato.*



Disorganized energy does not create much useful effect, no matter how large it is.

Consideriamo ora un albero rotante. Questa volta l'energia cinetica delle molecole è completamente organizzata, priva di disordine e di entropia: tutte le molecole dell'albero ruotano nella stessa direzione. Questa forma ben organizzata di energia può essere utilizzata ad esempio per sollevare un peso come rappresentato in figura.

D'altra parte il lavoro di per sé è una organizzata forma di energia priva di disordine, casualità e alla fin fine di entropia. Allora il processo che prevede la trasformazione dell'energia cinetica dell'albero rotante in lavoro di sollevamento non prevede trasferimento di entropia. In assenza pertanto di ogni irreversibilità il sollevamento esaminato non produrrà alcuna entropia ed è da considerarsi reversibile.

Adesso consideriamo il lavoro trasferito al gas da una ventola. Il lavoro ben organizzato della ventola viene convertito in aumento di energia interna del gas (la temperatura del gas aumenta), con conseguente aumento del disordine molecolare.

Un lavoro ben organizzato (rotazione della ventola) viene convertito in una forma di energia altamente disorganizzata e che non potrà essere totalmente ritrasferita alla ventola come energia cinetica.

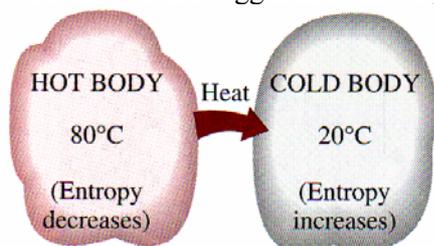
Solamente parte del lavoro disorganizzato ottenuto dalla rotazione della ventola potrà essere ritrasformato in lavoro (e quindi riorganizzato) tramite l'uso di una macchina termica. Alla fine pertanto l'energia si è degradata, l'abilità a compiere lavoro si è ridotta, il disordine molecolare è aumentato e con esso l'entropia.

Durante un processo reale la quantità di energia si conserva sempre (prima legge), ma la qualità degrada (seconda legge) con un aumento di entropia. Sotto questo aspetto il calore altro non è che una forma disorganizzata di energia, e parte di questa disorganizzazione viene trasferita da un corpo all'altro durante gli scambi termici.

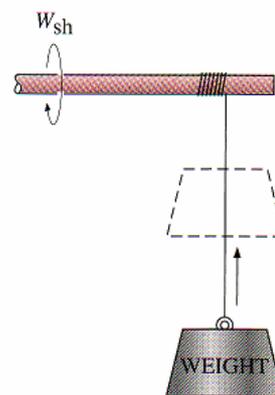
Un corpo caldo e uno freddo messi a contatto termico subiranno le seguenti modifiche molecolari:

1. il corpo caldo, per effetto del raffreddamento, diminuirà il suo disordine molecolare e con esso l'entropia;
2. il corpo freddo, per effetto del riscaldamento, aumenterà il suo disordine molecolare e con esso l'entropia.

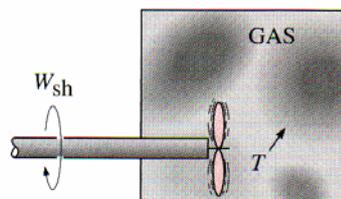
La seconda legge della termodinamica richiede che l'aumento di entropia del corpo freddo sia sempre maggiore dell'aumento di entropia del corpo caldo. Considerando un sistema costituito dai due corpi, l'entropia allo stato finale è maggiore dell'entropia iniziale.



During a heat transfer process, the net entropy increases. (The increase in the entropy of the cold body more than offsets the decrease in the entropy of the hot body.)



In the absence of friction, raising a weight by a rotating shaft does not create any disorder (entropy), and thus energy is not degraded during this process.



The paddle-wheel work done on a gas increases the level of disorder (entropy) of the gas, and thus energy is degraded during this process.

La terza legge della termodinamica

Postulato di Nernst

Si è stabilito che la variazione di entropia tra due stati di equilibrio di un sistema va calcolata per mezzo della relazione differenziale $dS = \delta Q/T$. Note le capacità termiche e l'equazione di stato della sostanza nell'intervallo considerato, il risultato che si ottiene non dà luogo ad ambiguità.

Viceversa la definizione della funzione entropia per mezzo dell'equazione:

$$S(B) = \int_0^B \frac{\delta Q}{T} + S_0$$

dove lo stato iniziale può essere scelto arbitrariamente, comporta una costante additiva indeterminata S_0 . In tutti i problemi tecnici che affronteremo, la determinazione della costante S_0 sarà del tutto ininfluente, dato che siamo interessati alle variazioni di entropia piuttosto che ai valori assoluti che la proprietà assume.

Tuttavia si presentano casi in cui è necessaria la conoscenza univoca della costante come, per esempio, avviene nella misura delle costanti di equilibrio chimico.

Il postulato di Nernst afferma, a questo proposito, che:

L'entropia di tutti i corpi reali, quando la temperatura tende allo zero assoluto, tende ad un valore limite finito. Questo valore è indipendente dalla pressione e dalla composizione chimico-fisica dei corpi.

Successivamente Planck completò il postulato con la seguente asserzione:

Il valore finito dell'entropia di tutti i corpi, alla temperatura dello zero assoluto, è per definizione uguale a zero.

Questo postulato costituisce la terza legge o terzo principio della termodinamica; esso fu formulato per la prima volta da Nernst, precisato da Planck nel 1906, ed ebbe origine dagli studi sui calori specifici dei solidi a basse temperature.

La definizione di Boltzmann di entropia, $S = k \cdot \log p + c_0$, dove p rappresenta il numero di possibili macrostati (configurazioni) del sistema, è in accordo con il postulato di Nernst-Planck una volta che si ponga $c_0 = 0$; infatti allo zero assoluto ogni sistema si trova nello stato fondamentale, ossia in unica configurazione, $p = 1$, da cui segue che l'entropia è uguale a zero; risultato che ha un significato preciso ed universale per tutti i corpi.

Attualmente le proprietà termodinamiche di molte sostanze sono state studiate fino alla temperatura dell'ordine del milionesimo di kelvin; bisogna però osservare che sebbene tutte le esperienze abbiano confermato, per estrapolazione, la validità del postulato di Nernst-Planck, non è mai stato possibile raggiungere la temperatura dello zero assoluto. Mostriamo nel seguito che, come conseguenza del postulato stesso, tale temperatura è irraggiungibile.

L'enunciato della terza legge della termodinamica ha dunque la caratteristica di postulato; essa è suggerita da risultati sperimentali necessariamente estrapolati ma che tuttavia presentano un andamento univoco.

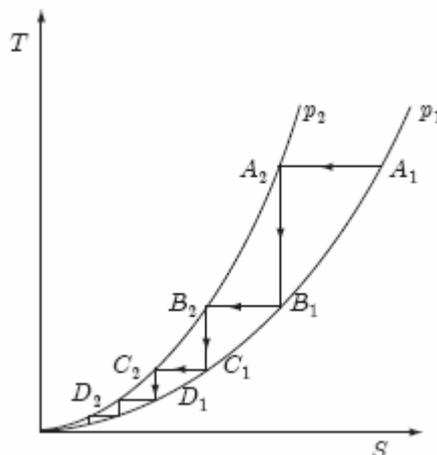
Irraggiungibilità dello zero assoluto

Il postulato di Nernst-Planck è stato verificato in vari modi e si è concluso che il valore dell'entropia allo zero assoluto è indipendente dal volume ed, in particolare, dalla pressione.

Consideriamo, nel diagramma entropico, due isobare di una sostanza a pressioni p_1 e $p_2 > p_1$.

Se supponiamo che la terza legge della termodinamica sia valida, le due isobare a 0 K intercetteranno lo stesso valore di entropia ($S = 0$).

Supponiamo di raffreddare la sostanza, per esempio impiegando processi reversibili consistenti in compressioni isoterme seguite da espansioni adiabatiche con lavoro esterno.



La compressione isoterma iniziale a temperatura T_A è rappresentata dal tratto A_1A_2 e la successiva espansione adiabatica dal tratto A_2B_1 . Dopo questa prima operazione la temperatura si è abbassata al valore T_B ; è possibile procedere con una serie di operazioni analoghe, cioè compressioni isoterme B_1B_2 , C_1C_2 ,... seguite rispettivamente da espansioni adiabatiche B_2C_1 e così via.

E' facile osservare che non è possibile raggiungere lo zero assoluto se non per mezzo di una serie infinita di operazioni a temperature T_A , T_B ,... decrescenti. Come conseguenza del postulato di Nernst si deduce un altro postulato ad esso equivalente:

Non è possibile raggiungere la temperatura dello zero assoluto con un numero finito di operazioni.

La variazione di entropia espressa in funzione delle variazioni di altre proprietà

Riprendiamo l'equazione (2.4):

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

la variazione di entropia tra due stati si valuta integrando $\delta Q/T$ lungo un percorso internamente reversibile immaginario. Per processi isotermici la risoluzione dell'integrale è immediata, negli altri casi occorre conoscere le relazioni intercorrenti tra δQ e T .

Consideriamo ora un sistema chiuso stazionario contenente una sostanza comprimibile sottoposta ad un processo internamente reversibile. Dal primo principio si ha:

$$\delta Q_{\text{int rev}} - \delta W_{\text{int rev,out}} = dU$$

$$\text{ma } \delta Q_{\text{int rev}} = TdS \text{ e } \delta W_{\text{int rev,out}} = pdV$$

Sostituendo si ottiene:

$$Tds = du + pdv \quad Tds = du + pdv \quad (2.10)$$

La (2.10) è conosciuta come equazione di Gibbs.

Un'altra espressione di Tds si può ottenere dalla (2.10) eliminando du tramite l'utilizzazione della definizione di entalpia.

$$h \equiv u + pv \quad \rightarrow \quad dh = du + pdv + vdp \quad (2.11)$$

Sostituendo la (2.11) nella (2.10) si ottiene:

$$Tds = dh - vdp \quad (2.12)$$

Le relazioni (2.10) e (2.12) sono state ottenute con riferimento a processi internamente reversibili. Tuttavia, come già sappiamo, l'entropia è un proprietà e la sua variazione tra due stati è indipendente dal tipo di processo, pertanto le (2.10) e (2.12) hanno *validità generale*.

La variazione di entropia durante qualsiasi processo può essere determinata integrando queste le seguenti equazioni:

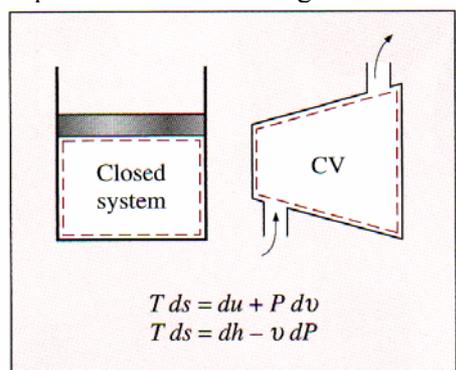
$$ds = \frac{du}{T} + \frac{pdv}{T} \quad (2.13)$$

$$ds = \frac{dh}{T} + \frac{vdp}{T} \quad (2.14)$$

Per procedere alle integrazioni occorre però conoscere le relazioni intercorrenti tra du o dh e la temperatura T nonché l'equazioni di stato della sostanza. Per un gas ideale, queste relazioni sono ben note:

$$\begin{cases} du = c_v dT \\ dh = c_p dT \\ pv = RT \end{cases}$$

e l'integrazione può essere effettuata agevolmente. Negli altri casi dovremo far uso di dati tabulati.



The $T ds$ relations are valid for both reversible and irreversible processes and for both closed and open systems.

La variazione di Entropia nei liquidi e nei solidi

I liquidi e i solidi sono da considerarsi sostanze incompressibili. Pertanto durante qualsiasi processo $dv = 0$. Dalla (2.13) si ha pertanto:

$$ds = \frac{du}{T}$$

Per una sostanza incompressibile valgono anche le seguenti relazioni: $c_p = c_v = c$ da cui:

$$ds = c \frac{dT}{T} \rightarrow \Delta s = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T} \cong c_{av} \log \frac{T_2}{T_1} \tag{2.15}$$

dove con c_{av} si è indicato il calore specifico medio nell'intervallo di temperatura definito dal processo.

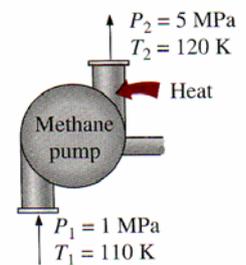
Dalla (2.15) notiamo immediatamente che:

1. la variazione di entropia di una sostanza incompressibile dipende solo dalla temperatura, mentre è indipendente dalla pressione;
2. un processo isoentropico che coinvolge una sostanza incompressibile avviene a temperatura costante.

Esempio 2-4

Il metano liquido viene utilizzato in molte applicazioni criogene. La temperatura critica del metano è 191 K, e deve essere tenuto sotto tale temperatura per mantenerlo nella fase liquida.

Determinare la variazione di entropia del metano liquido che viene sottoposto ad un processo che lo porta da 110 K e 1 Mpa a 120 K e 5 MPa.



Soluzione 1 (utilizzo di dati tabellati)

Properties of liquid methane

Temp., T , K	Pressure, P , MPa	Density, ρ , kg/m ³	Enthalpy, h , kJ/kg	Entropy, s , kJ/kg · K	Specific heat, C_p , kJ/kg · K
110	0.5	425.3	208.3	4.878	3.476
	1.0	425.8	209.0	4.875	3.471
	2.0	426.6	210.5	4.867	3.460
	5.0	429.1	215.0	4.844	3.432
120	0.5	410.4	243.4	5.185	3.551
	1.0	411.0	244.1	5.180	3.543
	2.0	412.0	245.4	5.171	3.528
	5.0	415.2	249.6	5.145	3.486

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 5.145 - 4.875 = 0.270 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Soluzione 2 (metano come liquido incompressibile)

$$\Delta s = c_{av} \log \frac{T_2}{T_1} = 0.303 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \quad c_{av} = \frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} = \frac{3.471 + 3.486}{2} = 3.4785 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Considerando il metano come liquido incompressibile si commette un errore pari a:

$$Errore = \frac{|\Delta s_{reale} - \Delta s_{ideale}|}{\Delta s_{reale}} = 0.122 = 12.2\%$$

Esempio 2-5

Un impianto utilizza metano a 115 K e 5 MPa nella misura di 0.280 m³/s.

Il processo richiede l'abbattimento della pressione a 1 MPa e tale abbattimento viene ottenuto tramite una valvola di strozzamento. Un tecnico neoassunto propone di sostituire la valvola di strozzamento con una turbina in modo da ottenere lavoro durante il processo di abbattimento della pressione (da 5 MPa a 1 MPa).

Determinare la massima potenza che può essere prodotta dalla turbina e il risparmio nel costo dell'energia nell'ipotesi che la turbina funzioni 8760 h/yr e che l'energia elettrica abbia un costo pari a 0.12 €/kWh.

Determiniamo le proprietà del metano alle condizioni iniziali e finali

Stato iniziale

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 5 \text{ MPa} \\ T_1 = 115 \text{ K} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 232.2 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 4.9945 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ \rho_1 = 422.15 \text{ kg/m}^3 \end{array}$$

Stato finale

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 222.8 \text{ kJ/kg}$$

Considerando la turbina adiabatica, la potenza massima ottenibile vale:

$$\dot{W}_{out} = \dot{m}(h_2 - h_1) = (422.15 \cdot 0.280)(232.2 - 222.8) \cong 1123 \text{ kW}$$

La produzione annuale di energia è pari a:

$$W = \dot{W}_{out} \cdot \Delta t = 1123 \cdot 8760 = 0.9837 \cdot 10^7 \text{ kWh/yr}$$

Con un risparmio sulla bolletta energetica pari a:

$$\text{Risparmio annuale} = 0.9837 \cdot 10^7 \cdot 0.15 \cong 738000 \text{ €/yr}$$

Variazione di Entropia del gas ideale (ipotesi di costanza dei calori specifici)

Se il sistema è costituito da un gas ideale ed il lavoro è compiuto da forze di pressione, per la prima legge della termodinamica, con riferimento alla massa unitaria di gas, si ha:

$$\delta q = du + \delta w = c_v dT + p dv$$

la variazione di entropia tra lo stato finale B e lo stato iniziale A è data da¹:

$$\Delta s = s_B - s_A = \int_A^B \frac{c_v dT + p dv}{T} \quad (2.16)$$

Supponendo la costanza dei calori specifici, ricordando $k = c_p / c_v$ $R = (c_p - c_v)$, si ottiene:

$$\Delta s = c_v \log \frac{T_B}{T_A} + R \log \frac{v_B}{v_A} = c_v \log \frac{T_B v_B^{k-1}}{T_A v_A^{k-1}} \quad (2.17)$$

oppure:

$$\Delta s = c_p \log \frac{T_B}{T_A} - R \log \frac{p_B}{p_A} = c_p \log \frac{T_B p_B^{(1-k)/k}}{T_A p_A^{(1-k)/k}} = c_p \log \frac{T_B p_A^{(k-1)/k}}{T_A p_B^{(k-1)/k}} \quad (2.18)$$

Esaminiamo ora alcuni casi particolari di trasformazioni reversibili

Trasformazione isoterma $T_A = T_B$

Dalle (2.17) si ha:

$$\Delta s = c_v \log \frac{v_B^{k-1}}{v_A^{k-1}} \rightarrow \Delta s = R \log \frac{v_B}{v_A} \rightarrow \Delta s = R \log \frac{p_A}{p_B} \quad (2.19)$$

Trasformazione isocora $v_A = v_B$

Sempre dalle (2.17) si ha:

$$\Delta s = c_v \log \frac{T_B}{T_A} = c_v \log \frac{p_B}{p_A} \quad (2.20)$$

Trasformazione isobara $p_A = p_B$

$$\Delta s = c_p \log \frac{T_B}{T_A} = c_p \log \frac{v_B}{v_A} \quad (2.21)$$

Trasformazione adiabatica $\delta Q = 0$

Dalla (2.3) si ricava immediatamente:

$$\Delta s = 0 \quad (2.22)$$

Trasformazione politropica (a calore specifico costante c)

Ricordiamo che l'esponente della politropica vale $n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$ e che l'espressione caratteristica della

trasformazione è $p v^n = \text{costante}$

Si ha pertanto:

$$\Delta s = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B \frac{c dT}{T} = c \int_A^B \frac{dT}{T} = c \log \frac{T_B}{T_A} = c \log \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^{n-1} = c \log \left(\frac{p_B}{p_A} \right)^{(n-1)/n} \quad (2.23)$$

¹ Si tenga presente ancora una volta che, anche se il gas può passare dallo stato iniziale allo stato finale tramite una trasformazione qualsiasi (reversibile o irreversibile), la variazione di entropia dovrà essere calcolata con riferimento sempre ad una trasformazione reversibile fittizia.

Le trasformazioni isoterme, isobare, isocore e adiabatiche sono tutte trasformazioni a calore specifico costante e sono pertanto delle politropiche.

I calori specifici lungo queste trasformazioni valgono:

$$\left\{ \begin{array}{ll} c \rightarrow \infty & \text{isoterma} \\ c = c_p & \text{isobara} \\ c = c_v & \text{isocora} \\ c = 0 & \text{adiabatica} \end{array} \right. \quad \text{da cui rispettivamente} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = 1 \\ n = 0 \\ n \rightarrow \infty \\ n = k \end{array} \right.$$

Le espressioni caratteristiche delle trasformazioni sono pertanto:

$$\left\{ \begin{array}{ll} pv = \text{costante} & \text{isoterma} \\ p = \text{costante} & \text{isobara} \\ v = \text{costante} & \text{isocora} \\ pv^k = \text{costante} & \text{adiabatica} \end{array} \right.$$

Allora le (2.19),(2.20),(2.21),(2.22) possono ottenersi come casi particolari della (2.23)

Infatti

Isoterma

$$\Delta s = \lim_{n \rightarrow 1} \left(c \log \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^{n-1} \right) = \lim_{n \rightarrow 1} \left(\frac{nc_v - c_p}{n-1} (n-1) \log \left(\frac{v_A}{v_B} \right) \right) = -R \log \frac{v_A}{v_B} = R \log \frac{v_B}{v_A}$$

Isobara

$$\Delta s = \lim_{n \rightarrow 0} \left(c \log \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^{n-1} \right) = \lim_{n \rightarrow 0} \left(\frac{nc_v - c_p}{n-1} \log \frac{v_B}{v_A} \right) = c_p \log \frac{v_B}{v_A}$$

Isocora

$$\Delta s = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(c \log \frac{T_B}{T_A} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{nc_v - c_p}{n-1} \log \frac{T_B}{T_A} \right) = c_v \log \frac{T_B}{T_A}$$

Adiabatica

$$\Delta s = \lim_{n \rightarrow k} \left(c \log \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^{n-1} \right) = \lim_{n \rightarrow k} \left(\frac{nc_v - c_p}{n-1} (n-1) \log \frac{v_A}{v_B} \right) = 0$$

Variazione di Entropia del gas ideale (non valida l'ipotesi di costanza dei calori specifici)

Quando le variazioni di temperatura durante il processo sono abbastanza ampie, la semplificazione di ritenere costanti i calori specifici non risulta ulteriormente proponibile.

Anche in questa situazione la (2.16) risulta valida, ovvero anche in questa situazione si ha:

$$\Delta s = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \log \frac{p_2}{p_1} \quad \Delta s = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \log \frac{v_2}{v_1}$$

Ora il problema è che se non possiamo più ritenere costanti i calori specifici, gli integrali non sono di facile esecuzione. E' conveniente pertanto, tabulare questi integrali una volta per tutte e, a questo proposito, scegliamo lo zero assoluto come temperatura di riferimento e definiamo la seguente funzione:

$$s^0 = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T} \quad (2.24)$$

I valori di s^0 sono calcolati, per ogni sostanza (aria, azoto, ossigeno anidride carbonica, idrogeno etc.) a varie temperature sono riportati in tabelle.

Dalla definizione di integrale si ha immediatamente che:

$$s_2^0 - s_1^0 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} \quad (2.25)$$

dove s_2^0 è il valore di s^0 alla temperatura T_2 e s_1^0 è il valore di s^0 alla temperatura T_1 .

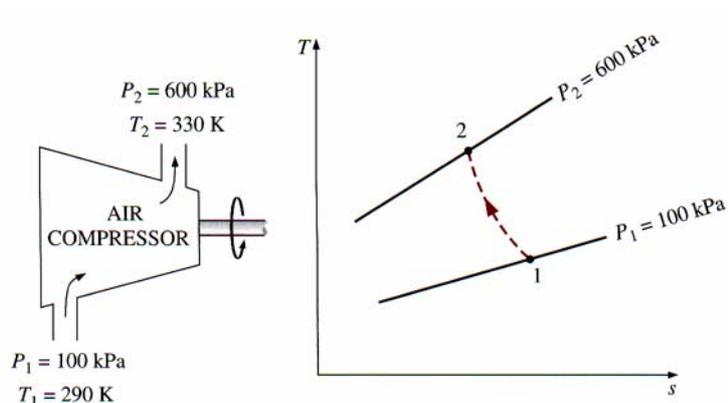
Sostituendo la (2.25) nella (2.16) si ottiene infine:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = (s_2^0 - s_1^0) - R \log \frac{p_2}{p_1} \quad (2.26)$$

Esempio 2-6

Dell'aria viene compressa dallo stato iniziale di 100 kPa e 17 °C allo stato finale di 600 kPa e 57 °C.

Determinare la variazione di entropia dell'aria durante il processo nell'ipotesi che non sia lecito considerare costanti i calori specifici nel range di specificato.



Assumiamo l'aria assimilabile ad un gas ideale. Vale pertanto la seguente relazione:

$$\Delta s = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} - R \log \frac{p_2}{p_1}$$

Il valore dell'integrale va desunto dalle tabelle:

$$\Delta s = (s_2^0 - s_1^0) - R \log \frac{p_2}{p_1} = (1.79783 - 1.66802) - 0.287 \cdot \log \frac{600}{100} \cong -0.3844 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

TABLE A-17

Ideal-gas properties of air

T K	h kJ/kg	P_r	u kJ/kg	v_r	s^0 kJ/kg · K
200	199.97	0.3363	142.56	1707.0	1.29559
210	209.97	0.3987	149.69	1512.0	1.34444
285	285.14	1.1584	203.33	706.1	1.65055
290	290.16	1.2311	206.91	676.1	1.66802
295	295.17	1.3068	210.49	647.9	1.68515
330	330.34	1.9352	235.61	489.4	1.79783
340	340.42	2.149	242.82	454.1	1.82790

Variazioni di Entropia di una sostanza pura

I valori dell'entropia e di altre proprietà di una sostanza pura sono tabellate. I valori dell'entropia riportati in tali tabelle sono relativi ad una arbitraria condizione di riferimento. Nelle tabelle relative al vapore d'acqua ad esempio all'entropia del liquido saturo a 0.01°C è assegnato il valore zero. Per il refrigerante 134a il valore zero dell'entropia è assegnato al liquido saturo a -40°C.

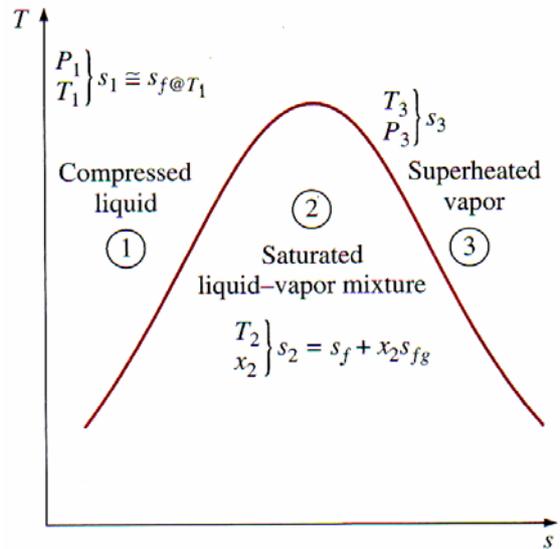
Indicato con x il titolo del vapore, l'entropia di una miscela liquido e vapore si ottiene dai valori dell'entropia del liquido s_f e del vapore s_g tramite la seguente relazione:

$$s = s_f + x(s_g - s_f) = s_f + x \cdot s_{fg}$$

In assenza di dati più precisi, l'entropia del liquido

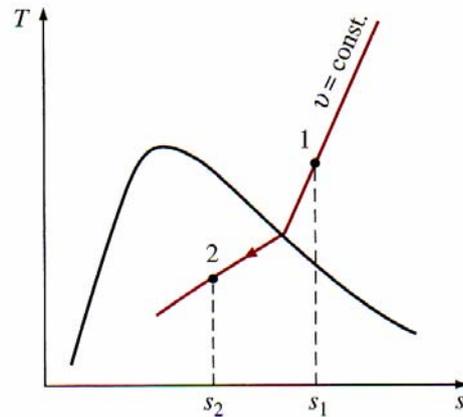
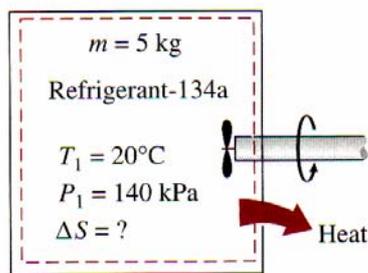
compresso può essere assunto pari all'entropia del liquido saturo alla stessa temperatura.

$$s_{\text{liquido } T,P} \approx s_{f,T}$$



Esempio 2-7

Un contenitore rigido contiene 5 kg di refrigerante 134a inizialmente a 20°C e 140 kPa. Il refrigerante viene poi raffreddato fino al raggiungimento di una pressione di 100 kPa. Determinare la variazione di entropia subita dal refrigerante durante il processo.



Alle condizioni iniziali si ha:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 140 \text{ kPa} \\ T_1 &= 20 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s_1 &= 1.0532 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ v_1 &= 0.1652 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

Alle condizioni finali si ha:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 100 \text{ kPa} \\ v_2 &= v_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_f &= 0.0007258 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g &= 0.1917 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

Nelle condizioni finali, poiché $v_f < v_2 < v_g$ il refrigerante è costituito da una miscela liquido-vapore con titolo x_2 pari a:

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = 0.861$$

Quindi:

$$s_2 = s_f + x_2 \cdot s_{fg} = 0.8183 \text{ kJ/kgK}$$

La variazione di entropia del refrigerante durante il processo vale:

$$\Delta s = m(s_2 - s_1) = -1.175 \text{ kJ/K}$$

L'entropia del sistema durante il processo è diminuita. Tuttavia, è bene ribadire ancora una volta, questo non implica una violazione del secondo principio. Infatti ciò che non deve essere mai negativa è l'entropia generata.

I processi isoentropici

Come abbiamo visto in precedenza, l'entropia di una determinata massa può variare per effetto di:

1. trasferimento di calore;
2. presenza di irreversibilità nel processo.

Ne consegue che l'entropia di una determinata massa di sostanza che segue un processo reversibile adiabatico rimane immutata. Un processo durante il quale l'entropia rimane costante è definito *isoentropico*.

Molti dispositivi meccanici come pompe, turbine, ugelli e diffusori si comportano in modo essenzialmente adiabatico e le loro prestazioni raggiungono valori ottimali quando le irreversibilità (attriti) sono ridotte al minimo.

Pertanto un processo isoentropico può essere un modello appropriato per studiare processi reali, nel senso che i processi isoentropici rappresentano il limite superiore di prestazione dei processi reali eseguiti dai dispositivi meccanici.

Mentre un processo adiabatico reversibile è necessariamente isoentropico, non è altrettanto vero che un processo isoentropico sia necessariamente un processo adiabatico reversibile.

L'aumento di entropia dovuto alle irreversibilità può essere azzerato dalla diminuzione di entropia conseguente alla sottrazione di calore.

Tuttavia, se non altrimenti specificato, useremo il termine di processo isotropico per indicare un processo adiabatico reversibile.

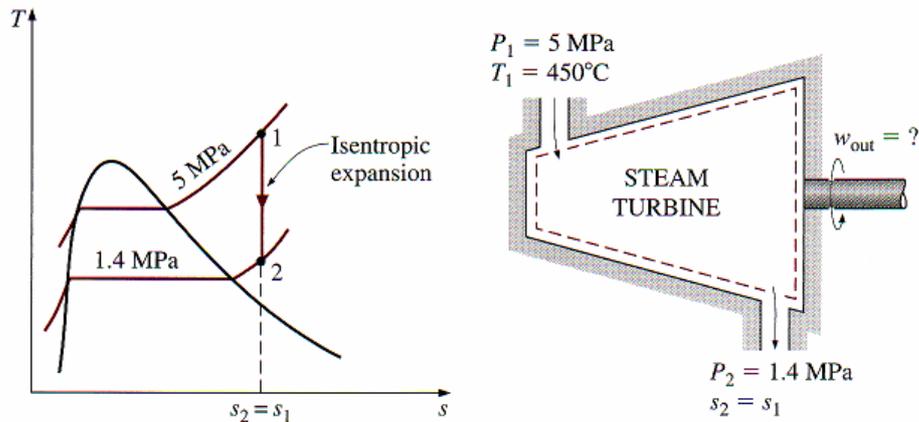
Superheated refrigerant 134a				
T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
<i>P = 0.14 MPa (T_{sat} = -18.80°C)</i>				
Sat.	0.13945	216.52	236.04	0.9322
-20				
-10	0.14549	223.03	243.40	0.9606
0	0.15219	230.55	251.86	0.9922
10	0.15875	238.21	260.43	1.0230
20	0.16520	246.01	269.13	1.0532
30	0.17155	253.96	277.97	1.0828
100	0.21449	314.01	344.04	1.2785

Saturated refrigerant-134a—Pressure table

Press., P MPa	Temp., T _{sat} °C	Specific volume, m ³ /kg		Entropy, kJ/kg · K	
		Sat. liquid, v _f	Sat. vapor, v _g	Sat. liquid, s _f	Sat. vapor, s _g
0.06	-37.07	0.0007097	0.3100	0.0147	0.9520
0.08	-31.21	0.0007184	0.2366	0.0440	0.9447
0.10	-26.43	0.0007258	0.1917	0.0678	0.9395
0.12	-22.36	0.0007323	0.1614	0.0879	0.9354
0.14	-18.80	0.0007381	0.1395	0.1055	0.9322

Esempio 2-8

Del vapore entra in una turbina adiabatica a 5 MPa e a 450 °C e l'abbandona a 1.5 MPa. Determinare il lavoro ottenuto nel caso che il processo possa ritenersi reversibile.



Considerando trascurabili le variazioni di energia cinetica e potenziali, ricordando che il processo è adiabatico il lavoro ottenuto, dal primo principio, vale:

$$\dot{W}_{out} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

dove con h_2 e h_1 si sono indicate le entalpie del fluido rispettivamente alla fine e all'inizio del processo.

Le condizioni iniziali sono completamente specificate poiché sono assegnate due proprietà del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 5 \text{ MPa} \\ T_1 = 450 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3316.2 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.8186 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

Alle condizioni finali, per determinare lo stato del sistema manca una proprietà (si conosce soltanto la pressione finale). Tuttavia il processo è isoentropico, quindi la proprietà mancante può facilmente determinarsi ponendo $s_2 = s_1$. Si ha pertanto:

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = 1.4 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 2966.6 \text{ kJ/kg}$$

Il lavoro ottenuto, per unità di massa di fluido elaborato, vale pertanto:

$$w_{out} = h_2 - h_1 = 349.6 \text{ kJ/kg}$$

Processi isoentropici dei gas ideali (ipotesi di costanza dei calori specifici)

Dalla (2.17) posto $\Delta s = 0$ si ottiene:

$$\log \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \log \frac{v_2}{v_1} \quad \rightarrow \quad \log \frac{T_2}{T_1} = \log \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v}$$

D'altra parte sappiamo che: $R = c_p - c_v$ $k = c_p/c_v$ $\rightarrow R/c_v = k - 1$, quindi:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{\Delta s=0} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad (2.27)$$

In modo del tutto analogo dalla (2.18) posto $\Delta s = 0$ si ricava:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{\Delta s=0} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \quad (2.28)$$

Combinando le (2.27) e (2.28) si ottiene:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{\Delta s=0} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \quad (2.29)$$

Processi isoentropici dei gas ideali (non valida l'ipotesi di costanza dei calori specifici)

Qualora il range di temperatura assegnato non consenta sia lecito supporre costanti i calori specifici, le relazioni (2.27), (2.28) e (2.29) sono inapplicabili.

Dalla (2.26) posto $\Delta s = 0$, si ottiene:

$$R \log \frac{p_2}{p_1} = s_2^0 - s_1^0 \quad \rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \exp \frac{s_2^0 - s_1^0}{R} \quad (2.30)$$

La quantità $\exp(s^0/R)$, tabellata in funzione della sola temperatura¹, è denominata *pressione relativa* p_r . Allora la (2.30) che già permetteva di definire i rapporti tra le pressioni, può essere ulteriormente semplificata nella (2.31)

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{\Delta s=0} = \frac{p_{r2}}{p_{r1}} \quad (2.31)$$

Tenuta presente l'equazione di stato dei gasi ideali $pv = RT$ si ha:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}$$

da cui:

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{\Delta s=0} = \left(\frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}\right)_{\Delta s=0} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{\Delta s=0} = \frac{T_2}{T_1} \frac{p_{r1}}{p_{r2}}$$

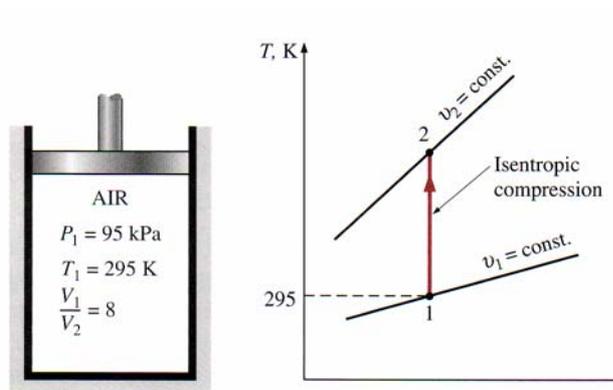
La quantità T/p_r , anch'essa tabellata in funzione della sola temperatura è denominata *volume specifico relativo* v_r .

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{\Delta s=0} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}} \quad (2.32)$$

E' utile ribadire che p_r e v_r sono quantità vanno utilizzate solo con riferimento a processi isoentropici.

Esempio 2-9

Dell'aria viene compressa in un motore automobilistico da 22 °C e 95 kPa lungo un processo che può essere ritenuto adiabatico reversibile. Sapendo che il rapporto volumetrico di compressione v_1/v_2 è pari a 8 determinare la temperatura finale dell'aria.



Assumiamo che l'aria sia assimilabile ad un gas ideale.

¹ Ricordiamo che s^0 è funzione della sola temperatura

Le condizioni iniziali sono completamente determinate, in particolare, nota la temperatura, il *volume specifico relativo* vale:

$$v_{r1} = 647.9 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dalla (2.32) calcoliamo il volume specifico relativo nelle condizioni finali.

$$v_{r2} = 647.9 \cdot \frac{1}{8} \cong 81 \text{ m}^3/\text{kg}$$

a cui corrisponde, dai valori tabellati, una temperatura pari a:

$$T_2 \cong 660 \text{ K}$$

Proviamo ora a determinare la temperatura finale con l'ipotesi semplificativa della costanza dei volumi specifici. Con tale assunzione vale:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{\Delta s=0} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

Il valore di k è funzione della temperatura. Poiché la temperatura finale è incognita dobbiamo procedere per tentativi. Fissiamo come primo tentativo $k = 1.4$. In tal modo otteniamo:

$$T_2 = T_1 (8)^{0.4} \cong 678 \text{ K}$$

Possiamo ora rifinire il valore di k assunto in precedenza.

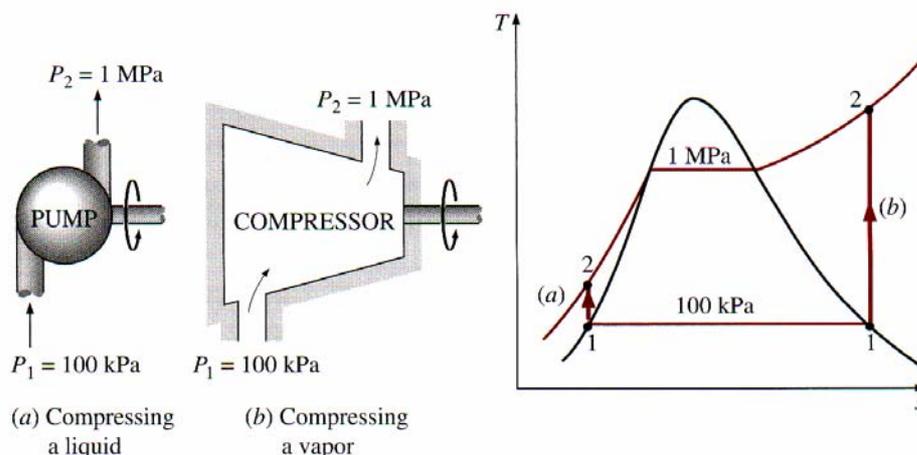
Possiamo ritenere ragionevole una temperatura media di trasformazione intorno ai 485 K. In questo caso potremo fare affidamento su di un valore di k intorno a 1.38. Da cui otteniamo:

$$T_2 = T_1 (8)^{0.38} = 650 \text{ K}$$

Esempio 2-10

In questo esempio confronteremo a compressione isoentropica di una sostanza allo stato liquido e allo stato gassoso.

Si determini il lavoro di compressione necessario per comprimere del vapore da 100 kPa a 1 MPa assumendo che il fluido si trovi alle condizioni iniziali in condizioni di liquido saturo (a) e di vapore saturo (b)



Compressione di liquido saturo

Il volume specifico del liquido vale:

$$v_1 = v_{f@100kPa} = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Il lavoro richiesto per la compressione vale:

$$w_{in} = \int_1^2 v dp = 0.001043 \cdot (1000 - 100) \cong 0.94 \text{ kJ/kg}$$

Compressione di vapore saturo

$$w_{in} = \int_1^2 v dp$$

$$\left. \begin{array}{l} Tds = dh - vdp \\ ds = 0 \end{array} \right\} vdp = dh$$

Dalle tabelle si ricavano i valori delle entalpie del vapore alle condizioni 1 e 2

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 100 \text{ kPa} \\ (\text{vap. saturo}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 2675.5 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.3549 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 3195.5 \text{ kJ/kg}$$

Il lavoro di compressione vale:

$$w = \Delta h \cong 520 \text{ kJ/kg}$$

oltre 500 volte superiore al valore speso per comprimere il liquido!

Lavoro di un dispositivo attraversato ad un flusso e operante in modo reversibile

Prendendo come positivo il lavoro ottenuto dal dispositivo reversibile, il bilancio dell'energia, con riferimento ad una condizione stazionaria, permette di scrivere la seguente relazione:

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + dEc + dEp$$

tenuto presente che:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta q_{rev} = Tds \\ Tds = dh - vdp \end{array} \right. \rightarrow \delta q_{rev} = dh - vdp$$

da cui:

$$-\delta w_{rev} = vdp \rightarrow w_{rev} = -\int_1^2 v dp \quad (2.33)$$

Nel caso di pompe e compressori è più agevole, riferirsi al lavoro speso, piuttosto che a quello ottenuto.

Si allora:

$$w_{rev,in} = \int_1^2 v dp + \Delta Ec + \Delta Ep \quad (\text{per pompe e compressori}) \quad (2.34)$$

Qualora poi tali dispositivi operino su fluidi incomprimibile, l'integrale presente nella (2.34) è di immediata risoluzione, e si ha:

$$w_{rev,in} = v(p_2 - p_1) + \Delta Ec + \Delta Ep \quad (2.35)$$

Con riferimento a dispositivi attraversati da flusso stazionario, ma nei quali non compia lavoro, la (2.35) può essere espressa come:

$$v(p_2 - p_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (2.36)$$

La (2.36) è la ben nota equazione di Bernoulli.

Prestazioni di un dispositivo attraversato da un flusso e operante secondo un processo reversibile

Ai punti precedenti abbiamo dimostrato che dispositivi ciclici hanno il massimo rendimento quando utilizzano processi reversibili. Ora cercheremo di dimostrare che anche dispositivi individuali attraversati da un flusso di massa (turbine, compressori, pompe etc.) sviluppano le migliori prestazioni quando operano secondo un processo reversibile.

Consideriamo due dispositivi, uno reversibile e l'altro irreversibile, operanti tra i medesimi stati iniziale e finale.

$$\begin{aligned} \delta q_{act} - \delta w_{act} &= dh + dke + dpe && \text{dispositivo reale} \\ \delta q_{rev} - \delta w_{rev} &= dh - dke + dpe && \text{dispositivo reversibile} \end{aligned}$$

Poiché i due dispositivi operano tra i medesimi stati iniziale e finale, i secondi membri delle equazioni sopra riportate sono uguali. Pertanto si ha:

$$\delta q_{act} - \delta w_{act} = \delta q_{rev} - \delta w_{rev} \rightarrow \delta w_{rev} - \delta w_{act} = \delta q_{rev} - \delta q_{act}$$

Ricordando che $\delta q_{rev} = Tds$ si ottiene:

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{act}}{T} = ds - \frac{\delta q_{act}}{T}$$

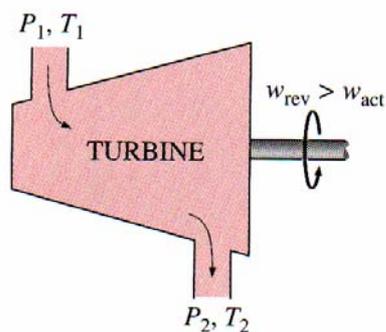
Dal secondo principio sappiamo che $ds > \delta q_{act}/T$, pertanto si ottiene:

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{act}}{T} > 0 \text{ e, poiché } T \text{ è sempre positiva, si ha:}$$

$$\delta w_{rev} > \delta w_{act} \quad w_{rev} > w_{act}$$

Le macchine motrici (turbine) inviano all'albero il maggior quantitativo di lavoro quando lavorano come macchine reversibili.

Le macchine operatrici (pompe, compressori) assorbono dall'albero il minor quantitativo di lavoro quando operano come macchine reversibili.



A reversible turbine delivers more work than an irreversible one if both operate between the same end states.

Minimizzazione del lavoro del compressore

Abbiamo già osservato in precedenza che il lavoro di un compressore si minimizza quando quest'ultimo opera in modo reversibile. Ritenendo le variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili, il lavoro di compressione, sempre considerando un funzionamento reversibile (ideale) vale:

$$w_{rev,in} = \int_1^2 v dp$$

E' immediato riconoscere che oltre a cercare di diminuire gli attriti ed eliminare ogni fonte di irreversibilità, il lavoro richiesto diminuisce al diminuire del volume specifico del gas compresso.

Allora sarà importante raffreddare il gas durante la compressione in modo da mantenere la temperatura e il volume specifico più bassi possibile.

Per meglio comprendere l'effetto del riscaldamento sul lavoro di compressione, valutiamo tale lavoro in tre circostanze ben distinte.

1. compressione isoentropica (senza raffreddamento)
2. compressione politropica con esponente $n < k$ (raffreddamento parziale)
3. compressione isoterma (raffreddamento massimo)

Assumiamo che le tre compressioni avvengano tra gli stessi livelli di pressione (p_1 e p_2) in modo reversibile e che il gas si comporti come un gas ideale con calori specifici costanti nell'intervallo di temperatura di lavoro.

Compressione isoentropica

$$pv^k = \text{costante}$$

$$\begin{aligned} w_{comp,in} &= \int_1^2 v dp = \int_1^2 \frac{p_1^{1/k} v_1}{p^{1/k}} dp = p_1^{1/k} v_1 \int_1^2 p^{-1/k} dp = p_1^{1/k} v_1 \left(\frac{k}{k-1} \right) \cdot p^{(k-1)/k} \Big|_1^2 \\ &= p_1^{1/k} v_1 \frac{k}{k-1} \left(p_2^{(k-1)/k} - p_1^{(k-1)/k} \right) = RT_1 \frac{k}{k-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Compressione politropica

$$pv^n = \text{costante}$$

$$w_{comp,in} = RT_1 \frac{n}{n-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right) \quad (2.38)$$

Compressione isoterma

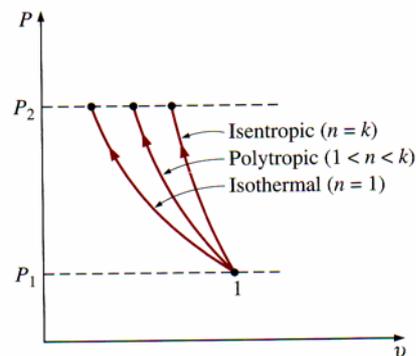
$$pv = \text{costante}$$

$$w_{comp,in} = \int_1^2 v dp = RT_1 \log \frac{p_2}{p_1} \quad (2.39)$$

Sul diagramma p-v le aree sottese a sx dalle curve di processo rappresentano il lavoro di compressione.

E' interessante osservare che dei tre processi reversibili considerati, quello adiabatico richiede il maggior dispendio di lavoro, mentre il processo isotermico è quello che richiede minor lavoro. Il lavoro richiesto dalla politropica si colloca tra i due limiti testé definiti: il lavoro di compressione decresce al diminuire dell'esponente n della politropica (per $n = 1$ la politropica diventa un'isoterma).

Pertanto per ridurre il lavoro necessario alla compressione di un gas è utile raffreddare il processo.



P-v diagrams of isentropic, polytropic, and isothermal compression processes between the same pressure limits.

Compressione multistadio con intercooling

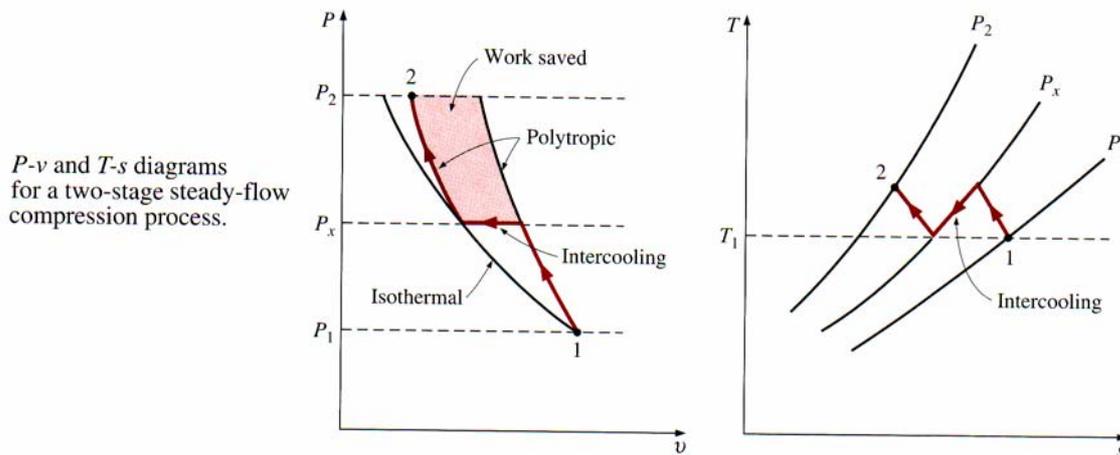
Quando il compressore opera con rapporti di compressione elevati, spesso non è facile procedere ad una adeguato raffreddamento a meno di frazionare la compressione in più stadi.

In un compressore multistadio, il gas compresso in uno stadio viene raffreddato, tramite uno scambiatore di calore, prima di entrare nello stadio successivo.

L'effetto dell'intercooling sul lavoro di compressione è illustrato nella figura di seguito riportata con riferimento ad un compressore bistadio.

Il gas, nel primo stadio, viene compresso da una pressione p_1 ad una pressione intermedia p_x e successivamente raffreddato per riportare la sua temperatura a T_1 . Il gas entra poi nel secondo stadio dove viene portato alla pressione finale p_2 .

L'area colorata rappresenta il lavoro risparmiato per effetto della refrigerazione.



E' evidente che l'ampiezza dell'area colorata (il lavoro risparmiato per effetto della refrigerazione) varia al variare della pressione intermedia p_x .

Cercheremo ora di determinare il valore della pressione p_x in grado di massimizzare il lavoro risparmiato. Il lavoro totale di compressione è pari a:

$$w_{comp,in} = w_{comp1,in} + w_{comp2,in}$$

e modellando le compressioni come politropiche di esponente n si ha:

$$w_{comp,in} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_x} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \quad (2.40)$$

Il valore di p_x in grado di minimizzare il lavoro si trova derivando rispetto a p_x la (2.40) e ponendo tale derivata pari a zero.

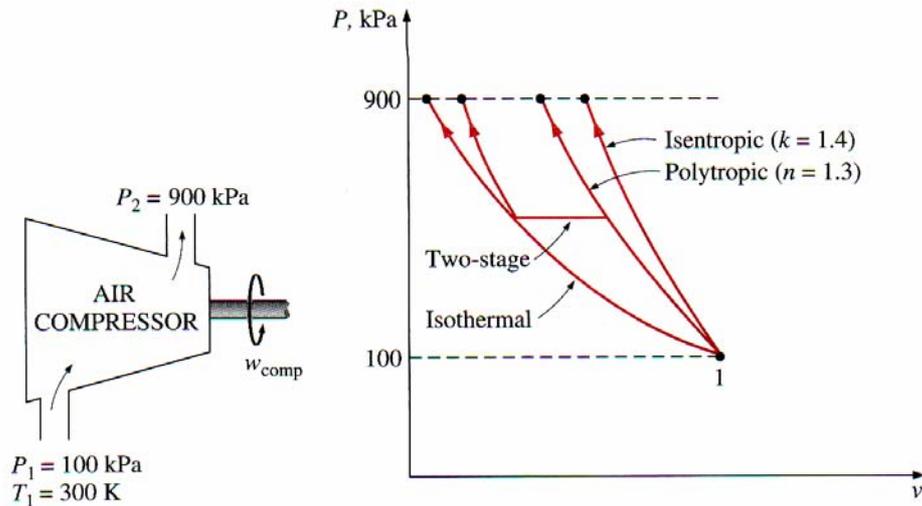
$$\frac{dw_{comp,in}}{dp_x} = 0 \Rightarrow p_x = \sqrt{p_1 \cdot p_2} \rightarrow \frac{p_x}{p_1} = \frac{p_2}{p_x} \quad (2.41)$$

Per minimizzare il lavoro di compressione in un compressore bistadio con intercooling, i rapporti di compressione dei due stadi devono essere uguali. In queste condizioni i lavori di compressione saranno uguali nei due stadi.

Esempio 2-11

Dell'aria viene compressa, in condizioni stazionarie, da 100 kPa e 300 K alla pressione di 900 kPa. Determinare il lavoro di compressione per unità di massa nelle seguenti ipotesi:

1. compressione isoentropica ($k = 1.4$);
2. compressione politropica ($n = 1.3$);
3. compressione isoterma;
4. compressione politropica ($n = 1.3$) effettuata con compressore bistadio e intercooling.



Compressione isoentropica

$$w_{comp,in} = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \cong 263.2 \text{ kJ/kg}$$

Compressione politropica

$$w_{comp,in} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \cong 246.4 \text{ kJ/kg}$$

Compressione isoterma

$$w_{comp,in} = RT \log \frac{P_2}{P_1} \cong 189.2 \text{ kJ/kg}$$

Compressione con bistadio e intercooler

$$P_x = \sqrt{P_1 P_2} = 300 \text{ kPa}$$

$$w_{comp,in} = 2 \frac{n}{n-1} RT_1 \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \cong 215.3 \text{ kJ/kg}$$

Rendimento isoentropico di dispositivi operanti in regime di flusso stazionario

In precedenza abbiamo esaminato il comportamento delle macchine termiche opranti ciclicamente e abbiamo confrontato le loro prestazioni, in termini di efficienza, confrontandole con la macchina reversibile di Carnot operante tra gli stessi intervalli di temperatura.

Ora vogliamo estendere la nostra analisi ai singoli dispositivi (turbine, pompe, compressori etc..) una volta a regime, ovvero quando sono attraversati da un flusso stazionario.

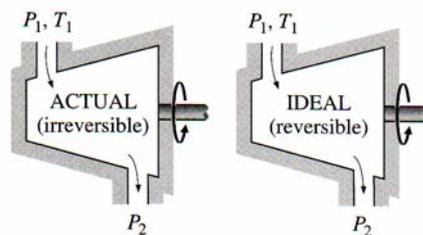
Lo scopo è quello di valutare il grado di degradazione di energia indotta dai dispositivi per effetto delle irreversibilità.

Il primo passo consiste nel definire un processo ideale che serva come modello di riferimento per i processi reali ovvero quelli che si attuano all'interno dispositivi reali.

Anche se un certo scambio di calore con l'ambiente circostante è inevitabile, molti dispositivi sono progettati in ragione di un loro funzionamento adiabatico: è logico pertanto riferirsi ad un *modello adiabatico*.

Inoltre un processo ideale dovrebbe escludere la presenza di irreversibilità poiché il loro effetto è sempre quello di degradare le prestazioni del dispositivo: è logico pertanto riferirsi ad un *modello isoentropico*.

Più un dispositivo reale è in grado di approssimare un processo adiabatico isoentropico, maggiore sarà il suo livello di performance.

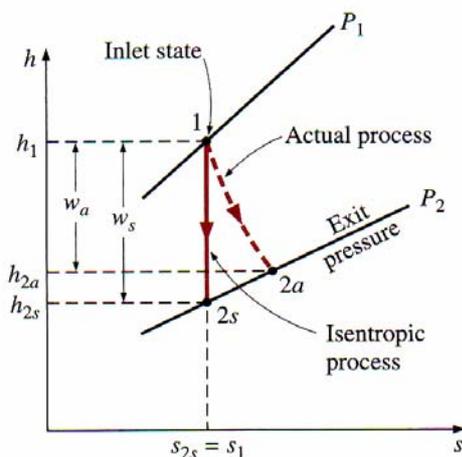


The isentropic process involves no irreversibilities and serves as the ideal process for adiabatic devices.

La grandezza che misura l'allontanamento o l'avvicinamento del dispositivo reale dalle prestazioni del modello adiabatico isoentropico è il *rendimento isoentropico* (efficienza isoentropica)

Rendimento isoentropico di una turbina

Il rendimento isoentropico di una turbina è definito come il rapporto tra il lavoro ottenuto dalla turbina reale e il lavoro che si otterrebbe con una turbina ideale operante nelle medesime condizioni.



The *h-s* diagram for the actual and isentropic processes of an adiabatic turbine.

$$\eta_T \equiv \frac{\text{Lavoro ottenuto dalla turbina reale}}{\text{Lavoro ottenibile dalla turbina isoentropica ideale}}$$

Con riferimento ad un processo adiabatico, in cui le componenti cinetiche e potenziali possono essere trascurate, il lavoro è pari al salto entalpico.

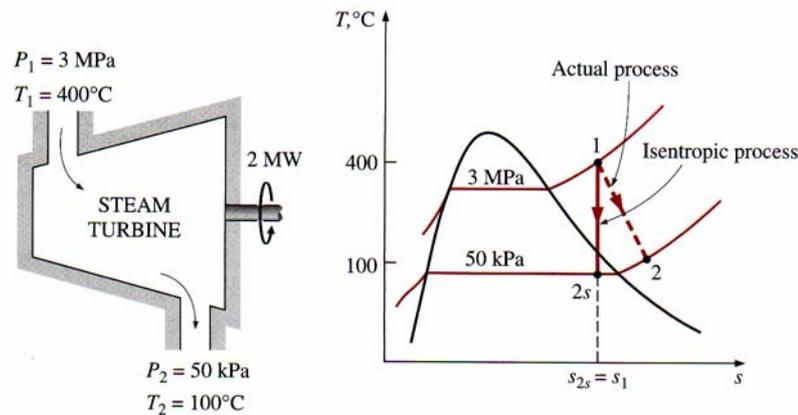
$$\eta_T = \frac{\Delta h_{real}}{\Delta h_{isoentr}} \tag{2.42}$$

Esempio 2-12

Del vapore entra, in condizioni stazionarie, in una turbina adiabatica a 3 MPa e 400 °C e l'abbandona a 50 kPa e alla temperatura di 100 °C.

Se la potenza della turbina è di 2 MW, determinare:

1. il rendimento isoentropico della turbina;
2. la portata di vapore attraversante la turbina.



Turbina reale

Condizione di ingresso

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 3 \text{ MPa} \\ T_1 = 400 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3230.9 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.9212 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

Condizione di uscita

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 50 \text{ kPa} \\ T_2 = 100 \text{ °C} \end{array} \right\} h_2 = 2682.5 \text{ kJ/kg}$$

Turbina isoentropica ideale

Condizioni di ingresso

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 3 \text{ MPa} \\ T_1 = 400 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3230.9 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.9212 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

Condizioni di uscita

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 50 \text{ kPa} \\ s_{2s} = s_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_f = 1.0910 \text{ kJ/kg} \\ s_g = 7.5939 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

Il titolo del vapore in uscita vale:

$$x_{2s} = \frac{s_{2s} - s_f}{s_g - s_f} = 0.897$$

$$h_{2s} = h_f + x_{2s} \cdot (h_g - h_f) = 2407.4 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento isoentropico della turbina è pertanto pari a:

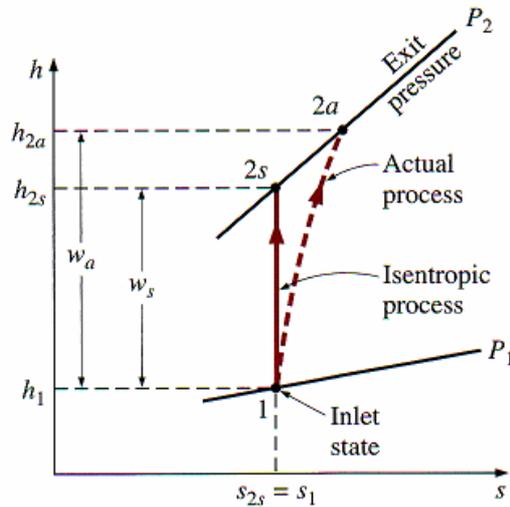
$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \cong 0.66$$

Nota la potenza della turbina si calcola la portata di vapore

$$\dot{W}_{out} = \dot{m}(h_1 - h_2) \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{h_1 - h_2} = 3.65 \text{ kg/s}$$

Rendimento isoentropico di un compressore

Il rendimento isoentropico di un compressore è definito come il rapporto tra il lavoro di compressione che assorbirebbe un compressore isoentropico ideale e il lavoro di compressione speso dal compressore reale operante nelle medesime condizioni.



The *h-s* diagram of the actual and isentropic processes of an adiabatic compressor.

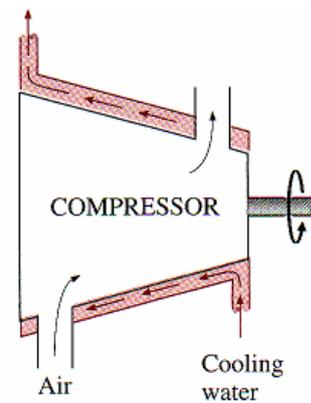
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \tag{2.43}$$

Se il compressore viene raffreddato (intercooling) l'utilizzazione di un modello di riferimento adiabatico sarebbe del tutto inadeguato. Pertanto, nel caso di compressione con intercooling il rendimento isoentropico definito in precedenza sarebbe privo di significato

Nel caso di compressione con intercooling sarebbe più realistico utilizzare un modello di riferimento isotermico e definire il rendimento come segue:

$$\eta_c = \frac{w_t}{w_a}$$

dove w_t è il lavoro che assorbirebbe il compressore isotermico reversibile, e w_a rappresenta il lavoro speso dal compressore reale



Compressors are sometimes intentionally cooled to minimize the work input.

Rendimento isoentropico di una pompa

Ipotizzando il liquido incomprimibile si ha:

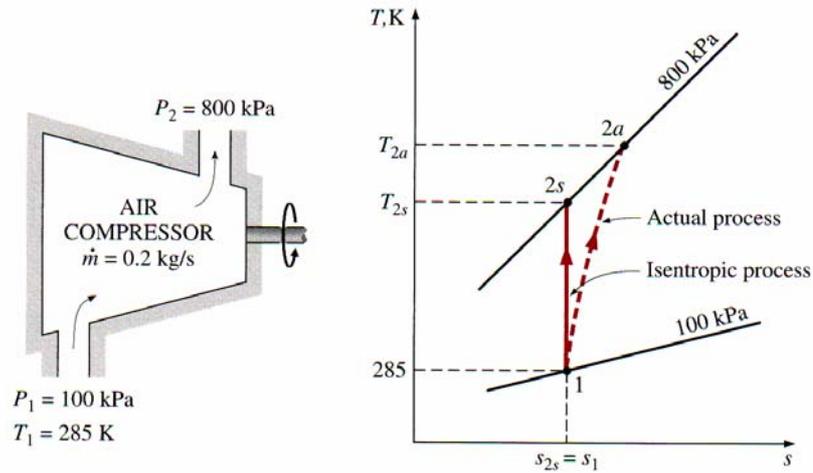
$$\eta_p \cong \frac{w_s}{w_a} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1} \tag{2.44}$$

Il rendimento isoentropico di una pompa è il rapporto tra il lavoro assorbito da una pompa isoentropica ideale e il lavoro assorbito da una pompa reale operante nelle medesime condizioni.

Esempio 2-13

Un flusso d'aria stazionario pari a 0.2 kg/s viene compresso da un compressore adiabatico da 100 kPa e 12 °C a una pressione di 800 kPa. Se il rendimento isoentropico del compressore è pari a 0.8, determinare:

1. la temperatura di uscita dell'aria;
2. la potenza richiesta dal compressore.



Assunzioni: compressore adiabatico; aria come gas ideale (calori specifici variabili nel range di temperatura considerato); trascurabili le variazioni cinetiche e potenziali.

Condizioni di ingresso 1

$$T_1 \rightarrow h_1 = 285.14 \text{ kJ/kg} \quad p_{r1} = 1.1584$$

Condizioni di uscita 2s

L'entalpia in uscita si calcola tramite i valori tabellati della pressione relativa

$$p_{r2} = p_{r1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = 1.1584 \cdot 8 = 9.2672 \rightarrow h_{2s} = 517.05 \text{ kJ/kg}$$

Noto il rendimento isoentropico, si calcolano l'entalpia e la temperatura al punto 2a

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow h_{2a} = 575.03 \text{ kJ/kg} \rightarrow T_{2a} = 569.5 \text{ K}$$

La potenza richiesta dal compressore vale:

$$\dot{W} = \dot{m} \Delta h = 58 \text{ kW}$$

Rendimento isoentropico di un ugello

Gli ugelli sono dei dispositivi adiabatici utilizzati per accelerare un fluido. Il rendimento isoentropico di un ugello è definito come il rapporto tra l'energia cinetica del fluido all'uscita dell'ugello reale e l'energia cinetica che il fluido avrebbe raggiunto nell'attraversamento, nelle stesse condizioni, di un ugello isoentropico ideale.

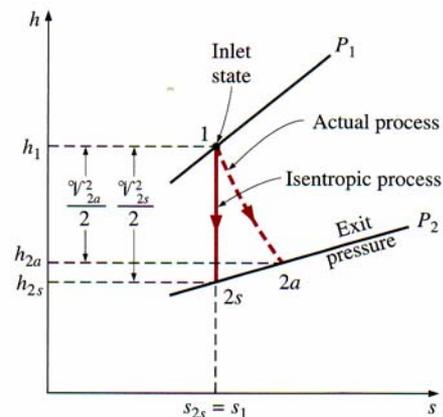
$$\eta_N \equiv \frac{c_{2a}^2}{c_{2s}^2}$$

Trascurando la velocità del fluido in ingresso si ha:

$$h_1 = h_{2a} + \frac{c_{2a}^2}{2} \quad h_1 = h_{2s} + \frac{c_{2s}^2}{2}$$

Il rendimento isoentropico può essere pertanto espresso come rapporto tra i salti entalpici:

$$\eta_N = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



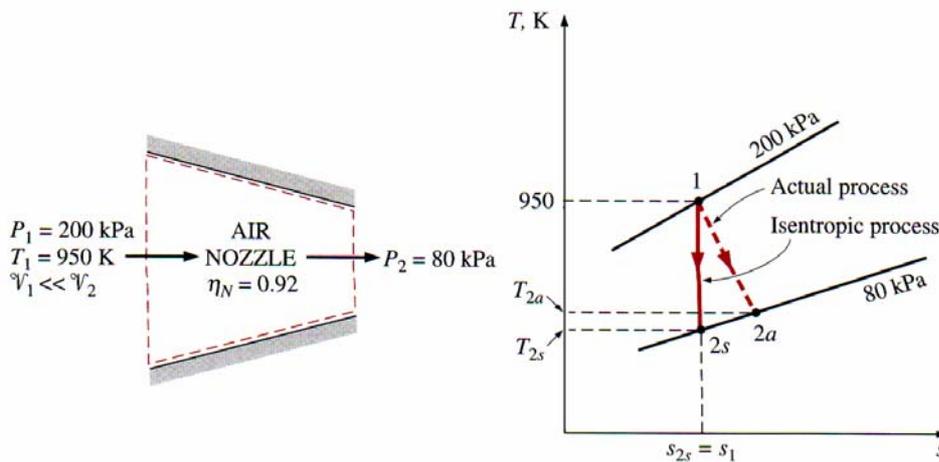
The *h-s* diagram of the actual and isentropic processes of an adiabatic nozzle.

Esempio 2-14

Dell'aria a 200 kPa e 950 K entra in un ugello adiabatico a bassa velocità ed esce alla pressione di 80 kPa. Nell'ipotesi che l'efficienza isoentropica dell'ugello sia pari a 0.92 determinare:

1. la velocità massima possibile in uscita;
2. la velocità di uscita reale dell'aria.

N.B.: si assumano costanti i calori specifici dell'aria nel range di temperatura assegnato.



Assumiamo una temperatura di uscita dell'aria intorno ai 650 K. La temperatura "media" dell'aria può essere considerata pertanto pari a:

$$T_m = \frac{950 + 650}{2} = 800 \text{ K}$$

Sotto questa ipotesi, possiamo ricavare dalle tabelle i valori dei calori specifici e del loro rapporto *k*

$$k_{air, T=800K} = 1.354$$

La velocità di uscita sarà massima in assenza di ogni irreversibilità, ovvero con un ugello isoentropico.

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_{2s}}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \rightarrow T_{2s} = 748 \text{ K}$$

La velocità finale si discosta un po' da quella ipotizzata. Possiamo rifinire il risultato ipotizzando questa volta una temperatura media pari a 849 K:

$$T_m = \frac{950 + 748}{2} = 849 \text{ K} \rightarrow k = 1.35 \rightarrow T_{2s} = 749 \text{ K}$$

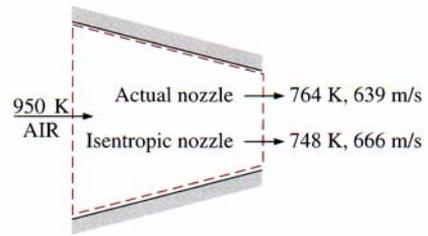
Trascurando la velocità di ingresso, la velocità di uscita è pari a:

$$c_{2s}^2 = 2\Delta h \rightarrow c_{2s} = \sqrt{2c_p(T_1 - T_2)} = \sqrt{2 \cdot 1.11 \cdot 10^3 (950 - 749)} \cong 668 \text{ m/s}$$

La temperatura del fluido all'uscita dall'ugello si calcola in base al rendimento isoentropico.

$$\eta_N = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} = \frac{c_{p \text{ av}}(T_1 - T_{2a})}{c_{p \text{ av}}(T_1 - T_{2s})} \rightarrow T_{2a} = 764 \text{ K}$$

La temperatura all'uscita dell'ugello reale è 16 K superiore alla temperatura d'uscita dall'ugello isoentropico ideale. Ciò è responsabile di un degrado delle prestazioni dell'ugello: l'aumento di temperatura induce una diminuzione di energia cinetica di efflusso.



A substance leaves actual nozzles at a higher temperature (thus a lower velocity) as a result of friction.

Anche la velocità reale di efflusso dell'aria si calcola dal rendimento isoentropico:

$$\eta_N \equiv \frac{c_{2a}^2}{c_{2s}^2} \rightarrow c_{2a} = \sqrt{\eta_N \cdot c_{2s}^2} = 639 \text{ m/s}$$

Il piano T-S

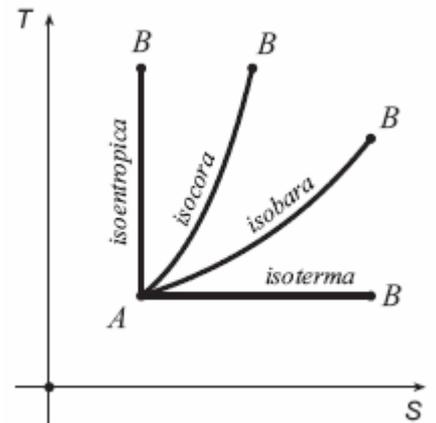
L'entropia è una funzione di stato e pertanto può essere scelta quale variabile indipendente per la descrizione, unitamente ad un'altra variabile indipendente opportunamente scelta, dello stato termodinamico di un sistema. Generalmente la coppia di variabili scelte quali coordinate termodinamiche è (S,T) . Nel piano (S,T) una trasformazione isoterma reversibile è rappresentata con un segmento di retta parallelo all'asse orizzontale e compreso tra i punti estremi della trasformazione; dalla relazione (2.20) segue che la temperatura, in uno stato intermedio di una trasformazione isocora reversibile da uno stato A ad uno stato B vale:

$$T = T_A \exp\left(\frac{s - s_A}{c_v}\right)$$

per cui tale trasformazione è rappresentata nel piano (S,T) tramite un'esponenziale; analogamente, dalla (2.21) una trasformazione isobara reversibile è rappresentata nel piano (S,T) dall'esponenziale:

$$T = T_A \exp\left(\frac{s - s_A}{c_p}\right)$$

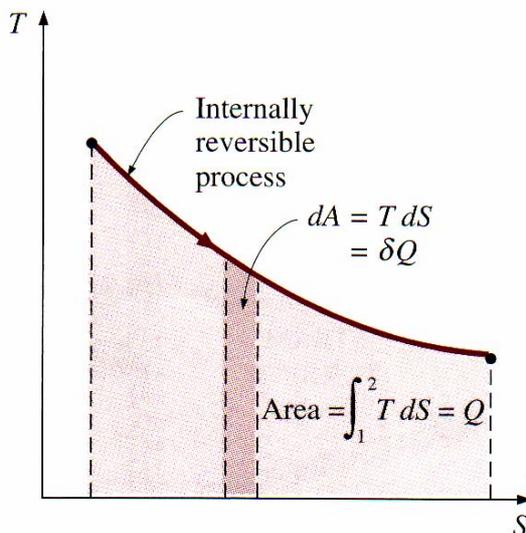
che, poiché $c_p > c_v$, un'isobara è caratterizzata da una pendenza inferiore a quella della corrispondente alla trasformazione isocora. Infine in una trasformazione adiabatica reversibile, non essendoci scambio termico con l'ambiente circostante, la variazione di entropia è nulla, per tale motivo una trasformazione adiabatica reversibile è detta anche *isoentropica* ed è rappresentata, nel piano (S,T) , da un segmento di retta parallelo all'asse verticale e compreso tra i punti estremi della trasformazione



Vediamo ora di dare un significato, nel piano T-S, alle aree sottese dalle curve di trasformazione. Dalla definizione di entropia si ha:

$$\delta Q_{\text{int rev}} = T dS$$

Pertanto, nel piano T-S, il valore δQ corrisponde ad un differenziale d'area.



On a T-S diagram, the area under the process curve represents the heat transfer for internally reversible processes.

Il calore totale trasferito durante un processo internamente reversibile si calcola per integrazione:

$$Q = \int_1^2 T ds \quad (2.45)$$

che corrisponde all'area sottesa dalla curva di trasformazione. Pertanto concludiamo che l'area sottesa da una curva di trasformazione reversibile rappresenta il calore trasferito durante tale processo.

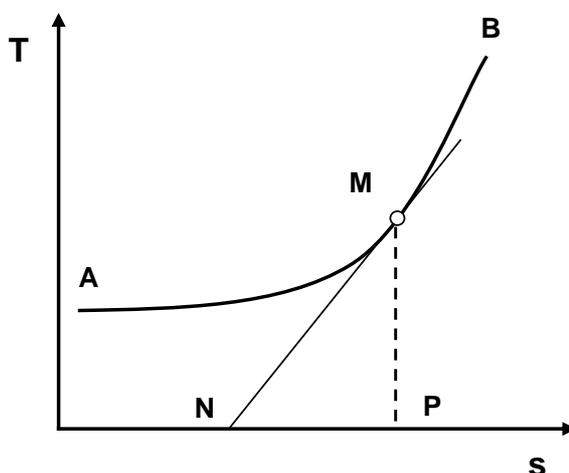
Notiamo ancora una volta che l'area sottesa alla curva di trasformazione rappresenta il calore scambiato soltanto nel caso di processi reversibili. Nel caso di processi irreversibili l'area sottesa dalla curva è priva di significato!

Consideriamo ora un punto M di una curva che rappresenti una generica trasformazione reversibile; conduciamo per M la tangente alla curva stessa e la parallela all'asse delle ordinate fino ad incontrare rispettivamente in N e in P l'asse delle ascisse (luogo dei punti per cui $T=0$)

$$\overline{NP} = \overline{MP} / \tan M\hat{N}P \quad \tan M\hat{N}P = dT / ds \quad \overline{MP} = T$$

da cui

$$\overline{NP} = \frac{T ds}{dT} = \frac{T(\delta q/T)}{dT} = \frac{\delta Q}{dT} \equiv c$$



Se il diagramma T - s si riferisce all'unità di massa di fluido, il calore specifico nel punto M , relativo alla trasformazione reversibile considerata, è dunque rappresentato dalla lunghezza del segmento NP , cioè dalla sottotangente alla curva che rappresenta la trasformazione.

Il calore specifico (che ha il segno di ds/dT) risulta positivo se dal piede della tangente ci si muove verso il piede dell'ordinata nel senso delle entropie crescenti e negativo in caso contrario. È nullo se la tangente risulta parallela all'asse delle temperature ed infinito se essa risulta parallela all'asse delle entropie.

È anche evidente che per temperature crescenti, la linea che partendo da un punto dato rappresenta una trasformazione è tanto più ripida quanto più piccolo è il calore specifico corrispondente.

Nel piano T - s tutte le politropiche, cioè le trasformazioni a calore specifico c costante, sono rappresentate da curve logaritmiche. Infatti:

$$\delta q = c dT \quad \rightarrow \quad ds = c \frac{dT}{T} \quad \rightarrow \quad s = c \log T + \text{costante}$$

il valore della costante risulta individuato dal valore dell'entropia corrispondente ad un valore qualsiasi della temperatura. Ne segue che due trasformazioni politropiche di pari esponente possono dedursi l'una dall'altra mediante una traslazione fatta parallelamente all'asse delle entropie.

Rappresentazione del ciclo di Carnot nel piano T-S

Nel piano T-S il ciclo di Carnot ha la forma di un rettangolo e dalla relazione (2.45) l'area delimitata dal ciclo è pari alla somma Q_1 e Q_2 dei calori complessivamente scambiati durante tale ciclo; questa somma è positiva se il ciclo è percorso in senso orario, negativa altrimenti. Per il primo principio, tale area rappresenta anche il lavoro compiuto. Ciò consente di ricavare il rendimento della macchina, attraverso questo grafico, come il rapporto dell'area racchiusa dal ciclo (pari a W) e l'area sottesa dalla curva superiore (pari a Q_2). Il calore assorbito nel ciclo vale:

$$Q_2 = T_2 (S_2 - S_1)$$

Il calore ceduto vale:

$$Q_1 = T_1 (S_2 - S_1)$$

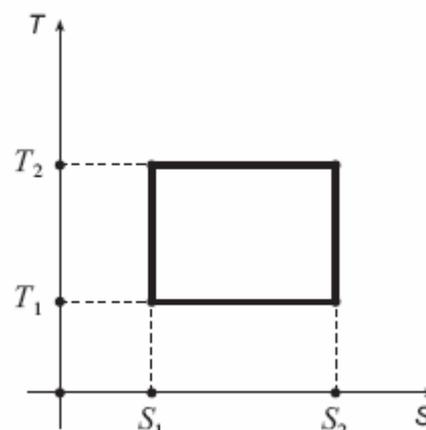
Il calore complessivamente scambiato nel ciclo vale:

$$Q = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1) = W$$

il rendimento vale infine:

$$\eta_{th} \equiv \frac{W}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

(2.46)



Il piano h-s

L'entalpia specifica h è definita come:

$$h = u + pv \rightarrow dh = du + pdv + vdp \rightarrow dh = Tds + vdp$$

e dal primo principio applicato ai sistemi aperti si ha:

$$q - w = h_2 - h_1 + \Delta E_C + \Delta E_P$$

trascurando, come spesso è lecito, i termini cinetici e potenziali si ha:

$$q - w = \Delta h$$

Nel piano h-s valgono le seguenti considerazioni:

1) con riferimento ad una trasformazione *isobara*, le variazioni di entalpia sono pari al calore scambiato lungo la trasformazione $(dh)_{p=\text{cost}} = \delta q$

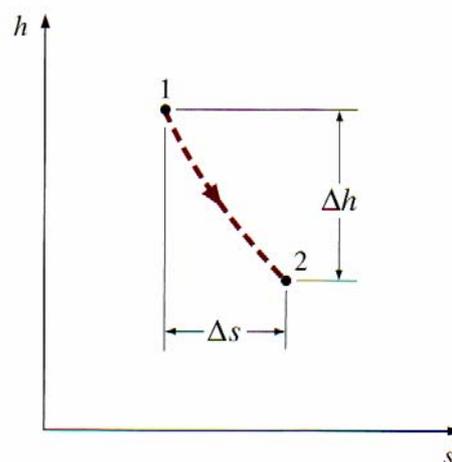
2) sempre con riferimento ad un processo isobaro, vale la seguente relazione:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{p=\text{cost}} = T$$

Tenuto pertanto conto delle scale del grafico, lungo una linea a pressione costante, la tangente trigonometrica dell'angolo che la tangente geometrica alla curva forma con l'asse delle entropie fornisce il valore della temperatura assoluta. Se in particolare questa linea è anche a temperatura costante come nel caso dei vapori saturi essa risulta una retta.

3) con riferimento ad una trasformazione *adiabatica*, le variazioni di entalpia sono pari al lavoro ottenuto/ceduto lungo la trasformazione

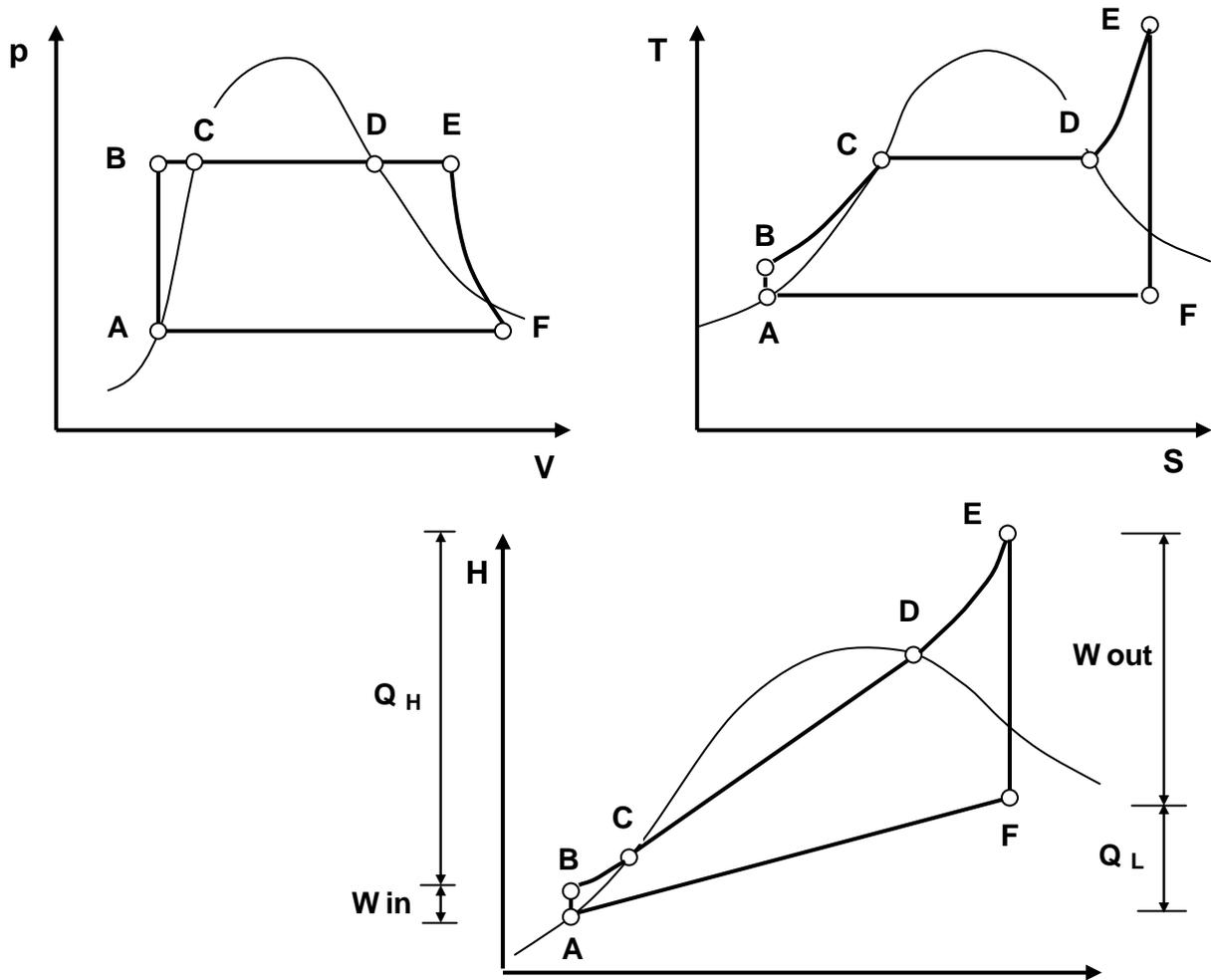
$$(dh)_{\delta q=0} = \delta w$$



For adiabatic steady-flow devices, the vertical distance Δh on an h - s diagram is a measure of work, and the horizontal distance Δs is a measure of irreversibilities.

Nell'analisi di un flusso costante di un fluido che attraversa una turbina adiabatica, la distanza verticale tra gli stati di ingresso e uscita (Δh) misura il lavoro ottenuto, mentre la distanza orizzontale (Δs) è una misura delle irreversibilità associate al processo.

Rappresentazione del ciclo di Rankine ideale nei piani p - V , T - S e H - S



Il bilancio entropico

L'entropia è una proprietà che è espressione del disordine molecolare. La seconda legge della termodinamica stabilisce inoltre che l'entropia può essere creata, ma mai distrutta.

Conseguentemente la variazione di entropia di un sistema reale durante un processo è maggiore dell'entropia semplicemente trasferita: tale differenza rappresenta l'entropia generata.

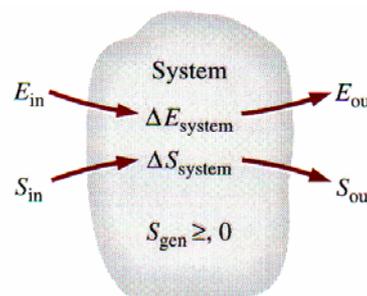
La legge di accrescimento dell'entropia può essere così schematizzata:

entropia entrante - entropia uscente + entropia generata = variazione totale di entropia del sistema

$$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S_{system} \quad (2.47)$$

La (2.47) esprime il bilancio entropico ed è applicabile ad ogni sistema sottoposto a qualsiasi processo.

Dalla figura accanto riportata, è immediato riconoscere che *la variazione di entropia di un sistema durante un processo è pari all'entropia netta trasferita attraverso il contorno del sistema aumentata dell'entropia generata all'interno del sistema stesso.*



$$\Delta E_{system} = E_{in} - E_{out}$$

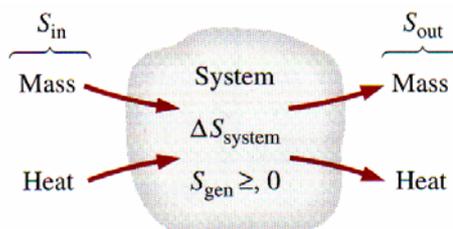
$$\Delta S_{system} = S_{in} - S_{out} + S_{gen}$$

Meccanismi di trasferimento dell'entropia

L'entropia può essere trasferita (o sottratta) a un sistema in *due* modi:

1. trasferimento di calore
2. flusso di massa.

Quando si considerano sistemi chiusi o a massa costante, l'entropia può essere trasferita solamente tramite scambi di calore.



Trasferimento di entropia tramite trasferimento di calore

Il calore può essere considerato una forma disorganizzata di energia e tale disorganizzazione (entropia) viene veicolata con il calore stesso.

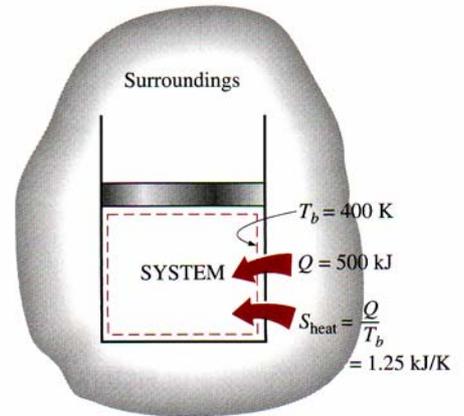
Il rapporto tra il calore trasferito e la temperatura assoluta a cui avviene tale trasferimento è appunto l'entropia trasferita:

$$S_{heat} = \frac{Q}{T} \quad T = \text{costante}$$

La direzione del trasferimento dell'entropia è la stessa del trasferimento di calore dato che la temperatura T è una quantità sempre positiva.

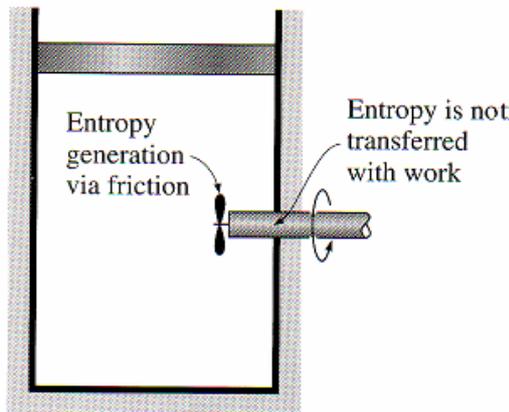
Quando il trasferimento di calore non avviene a temperatura costante, l'entropia trasferita si determina tramite un'integrazione:

$$S_{heat} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$



Heat transfer is always accompanied by entropy transfer in the amount of Q/T where T is the boundary temperature.

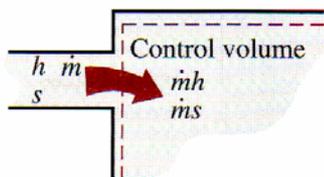
Notiamo infine che il lavoro è *libero da entropia* e che con il lavoro non si trasferisce mai entropia. Mentre l'energia si trasferisce con il calore e il lavoro, l'entropia viene trasferita solo con il calore.



No entropy accompanies work as it crosses the system boundary. But entropy may be generated within the system as work is dissipated into a less useful form of energy.

Trasferimento di entropia tramite flusso di massa

La massa contiene energia ed entropia, pertanto l'energia e l'entropia di un sistema sono proporzionali alla quantità di massa in esso contenuta.



Mass contains entropy as well as energy, and thus mass flow into or out of system is always accompanied by energy and entropy transfer.

Quando una massa m entra (esce) in un sistema l'entropia del sistema aumenta della quantità ms dove con s si è indicata l'entropia specifica.

$$S_{mass} = ms$$

Generazione di Entropia

Le irreversibilità (attriti, reazioni chimiche, trasferimenti di calore con differenze finite di temperatura, compressioni ed espansioni non quasi-statiche etc.) causano un aumento di entropia del sistema. L'entropia generata quantifica appunto l'entropia creata da tali irreversibilità.

Per sistemi reversibili (senza irreversibilità) la generazione di entropia è nulla e la variazione di entropia del sistema è pari solamente all'entropia trasferita.

Il bilancio dell'entropia per ogni sistema sottoposto a qualsiasi processo può essere espresso come segue:

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{Trasferimento netto di entropia} \\ \text{con calore e massa}}} + \underbrace{S_{gen}}_{\substack{\text{Entropia generata}}} = \underbrace{\Delta S}_{\substack{\text{Variazione} \\ \text{di entropia}}}_{system}$$

E' utile ribadire che l'entropia generata rappresenta l'entropia generata all'interno del contorno delimitante il sistema e non tiene conto dell'eventuale entropia generata al di fuori del contorno del sistema come risultato delle irreversibilità esterne.

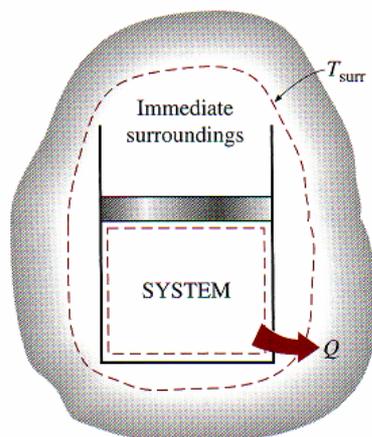
Pertanto un processo in cui $S_{gen} = 0$ è da ritenersi *internamente reversibile*, ma non necessariamente *totalmente reversibile*.

L'entropia *totale* generata durante un processo può essere determinata applicando il bilancio entropico a un sistema esteso che includa il sistema stesso e l'ambiente immediatamente circostante dove possono determinarsi delle irreversibilità.

In questo caso la variazione di entropia è uguale alla variazione di entropia nel sistema sommata alla variazione di entropia dell'ambiente immediatamente circostante.

E' pur vero che, in un condizioni stabili, gli stati e quindi l'entropia dell'ambiente immediatamente circostante (buffer zone) in ogni punto non cambia durante il processo. Pertanto la variazione di entropia, in queste condizioni, della buffer zone sarà nulla.

In ogni caso la variazione della buffer zone viene usualmente trascurata dato che in genere è molto minore della variazione di entropia del sistema.



Entropy generation outside system boundaries can be accounted for by writing an entropy balance on an extended system that includes the system and its immediate surroundings.

Trasferimento di Entropia nei sistemi chiusi e nei sistemi con controllo di volume

Sistemi chiusi

Un sistema chiuso è un sistema in cui sono assenti flussi di massa attraverso il suo contorno di definizione e la variazione di entropia è semplicemente pari alla differenza tra le entropie finali ed iniziali del sistema.

La variazione di entropia di un sistema chiuso è dovuta al trasferimento di entropia con il calore e all'entropia generata all'interno del sistema stesso.

Sistema chiuso $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sys}} = S_2 - S_1$

Nel caso di un processo adiabatico si ha:

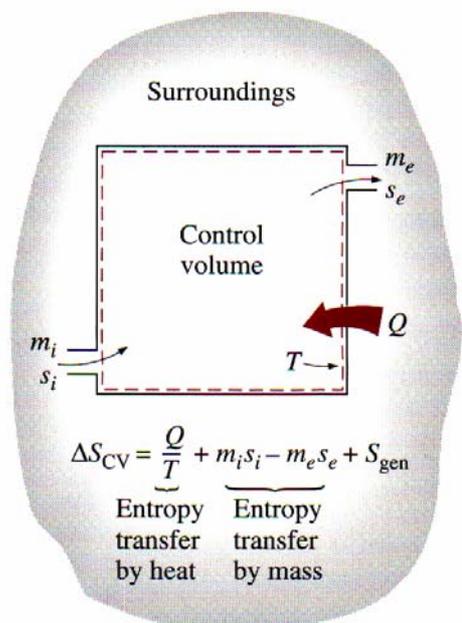
Sistema chiuso adiabatico $S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sys ad}}$

Notiamo che ogni sistema chiuso e l'ambiente circostante possono essere considerati come un unico sistema adiabatico:

Sistema + ambiente $S_{\text{gen}} = \sum \Delta S = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{amb}}$

Sistemi a controllo di volume

I sistemi a controllo di volume coinvolgono anche la massa come mezzo di trasferimento dell'entropia.



The entropy of a control volume changes as a result of mass flow as well as heat transfer.

Il bilancio entropico può essere espresso come segue

$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{CV}} \tag{2.48}$$

Molti dispositivi a controllo di volume (turbine, ugelli, compressori, pompe etc.) operano in condizioni stazionarie e conseguentemente non variano la loro entropia.

Pertanto il bilancio entropico di questi dispositivi, operanti in modo stazionario, si ottiene dalla (2.48) ponendo nulla la variazione di entropia all'interno del volume di controllo. Si ha quindi:

$$S_{\text{gen}} = \sum m_e s_e - \sum m_i s_i - \sum \frac{Q_k}{T_k} \rightarrow \dot{S}_{\text{gen}} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \tag{2.49}$$

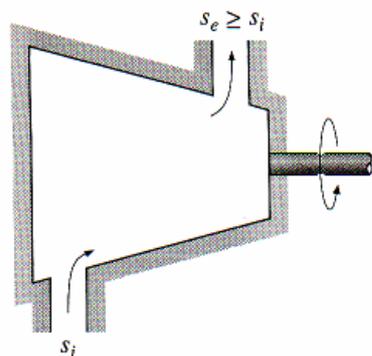
Considerando un solo ingresso e una sola uscita la (2.49) si semplifica come segue:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i) - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \tag{2.50}$$

Nell'ipotesi che il dispositivo sia adiabatico si ha infine:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i)$$

La (2.50) stabilisce che un fluido, attraversante un dispositivo adiabatico, deve aumentare la propria entropia specifica dato che $S_{gen} > 0$. Solo nel caso che il dispositivo, oltre che adiabatico sia anche reversibile, l'entropia specifica non cambia anche se possono variare altre proprietà del fluido.



The entropy of a substance always increases (or remains constant in the case of a reversible process) as it flows through a single-stream, adiabatic, steady-flow device.

Esempio 2-15

In questo esempio quantificheremo la variazione di entropia in un muro.

Consideriamo un trasferimento stazionario di calore attraverso un muro di una abitazione. Il muro è spesso 30 cm e ha una fronte di 5x6 m. In una giornata in cui la temperatura esterna è 0 °C, la casa è mantenuta alla temperatura di 27 °C. Le temperature interna ed esterna del muro sono pari rispettivamente a 20 e 5 °C e il trasferimento di calore tra interno ed esterno avviene nella misura di 1035 W.

Determinare il tasso di entropia generata nel muro e il tasso di entropia totale generata in seguito a questo processo di trasferimento di calore.

Consideriamo l'intero muro come sistema. Il sistema è chiuso, senza scambi di massa lungo il contorno. Il muro è in equilibrio termico, pertanto la sua variazione di entropia, durante il processo è nulla. Il calore e l'entropia entrano in un lato del muro ed escono dall'altro. Si ha pertanto:

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{tasso di entropia trasferita dal calore e dalla massa}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{tasso di entropia generata}} = \underbrace{\Delta \dot{S}_{sys}}_{\text{tasso di variazione di entropia del sistema}}$$

posto $\Delta \dot{S}_{sys} = 0$ si ha:

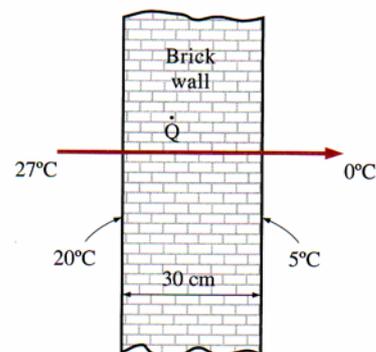
$$\left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{in} - \left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_{out} + \dot{S}_{gen} = 0$$

L'entropia generata nel muro vale quindi:

$$\frac{1035}{293} - \frac{1035}{278} + \dot{S}_{gen} = 0$$

$$\dot{S}_{gen} = 0.191 \text{ W/K}$$

Per determinare l'entropia totale generata, consideriamo un sistema esteso, comprendente cioè l'aria immediatamente circostante il muro.



L'equazione di bilancio sarà la medesima vista in precedenza, in questo caso tuttavia le temperature saranno quelle dell'aria che lambisce il muro all'interno (27°C) e all'esterno (0°C).

L'entropia totale generata vale:

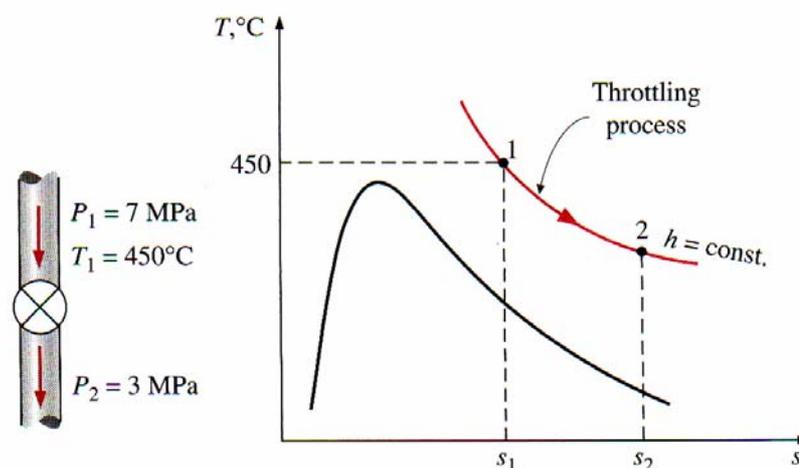
$$\frac{1035}{300} - \frac{1035}{273} + \dot{S}_{gen\ tot} = 0 \rightarrow \dot{S}_{gen\ tot} = 0.341 \text{ W/K}$$

Esempio 2-16

In questo esempio determineremo l'entropia generata durante un processo di laminazione (processo lungo il quale l'entalpia si mantiene costante).

Del vapore a 7 MPa e 450 °C viene laminato in una valvola fino a portare la sua pressione a 3 MPa.

Determinare l'entropia generata durante il processo nell'ipotesi che quest'ultimo sia stazionario e verificare se la legge dell'incremento dell'entropia è soddisfatta.



Consideriamo la valvola di laminazione come sistema. Il sistema, data la presenza di un flusso di massa, è da ritenersi a controllo di volume.

Possiamo inoltre ritenere trascurabili gli scambi di calore con l'esterno come pure le variazioni di energia cinetica e potenziale.

Determiniamo ora l'entropia specifica del vapore in ingresso e in uscita

Ingresso

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 7 \text{ MPa} \\ T_1 = 450 \text{ }^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3287.1 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.6327 \text{ kJ/kgK} \end{array}$$

Uscita

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 3 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} s_2 = 7.0018 \text{ kJ/kgK}$$

Dall'equazione di bilancio dell'entropia, ricordando che il sistema è stazionario, si ricava:

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{tasso di entropia trasferita con il calore e le masse}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{tasso di entropia generata}} = \underbrace{\Delta \dot{S}_{sys}}_{\text{tasso di variazione di entropia}}$$

Ricordando che per la legge di conservazione della massa deve ovviamente valere la seguente uguaglianza:

$$\dot{m} = \dot{m}_2 = \dot{m}_1$$

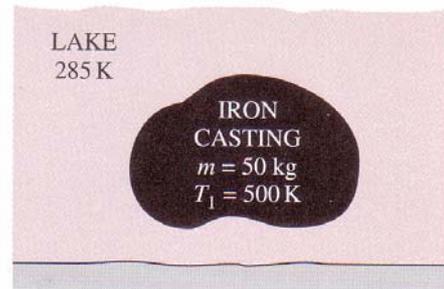
si ottiene infine:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_2 - s_1) = 0.3691 \text{ kJ/kgK}$$

Esempio 2-17

Un blocco di ferro di 50 kg alla temperatura di 500 K è lanciato in ampio lago le cui acque hanno una temperatura di 285 K. Al termine del processo il blocco di ferro raggiungerà l'equilibrio termico con le acque del lago. Nell'ipotesi che il calore specifico medio del ferro sia pari a 0.45 kJ/kg, determinare:

1. la variazione di entropia nel blocco di ferro;
2. l'entropia generata durante il processo.



Consideriamo il blocco di ferro come sistema chiuso.

Assumiamo inoltre che la temperatura finale del lago si mantenga pari a 285 K cosicché alla fine anche il blocco di ferro raggiungerà tale temperatura.

La variazione di entropia del blocco di ferro (incomprimibile) dalla (2.15) vale:

$$\Delta S_{Fe} = m(s_2 - s_1) = mc_{av} \log \frac{T_2}{T_1} = -12.65 \text{ kJ/K}$$

Il lago si comporta come una sorgente a temperatura costante. Pertanto la sua variazione di entropia si calcolerà dividendo il calore ricevuto per la temperatura dell'acqua.

Il lago riceve totalmente il calore ceduto dal blocco di ferro che vale:

$$-Q_{out} = \Delta U = mc_{av}(T_2 - T_1)$$

$$Q_{out} = 4838 \text{ kJ}$$

Quindi la variazione di entropia del lago vale:

$$\Delta S_{lago} = \frac{Q_{lago}}{T_{lago}} = 16.97 \text{ kJ/K}$$

L'entropia generata durante il processo si calcola considerando un sistema esteso costituito dal blocco di ferro e dall'acqua immediatamente circostante (la temperatura del contorno rimane costantemente a 285 K)

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{entropia trasferita} \\ \text{dal calore e dalle masse}}} + \underbrace{S_{gen}}_{\substack{\text{entropia} \\ \text{generata}}} = \underbrace{\Delta S_{sys}}_{\substack{\text{variazione di} \\ \text{entropia}}} \rightarrow -\frac{Q_{out}}{T_b} + S_{gen} = \Delta S_{sys}$$

$$S_{gen} = \frac{Q_{out}}{T_b} + \Delta S_{sys \text{ iron}} = 4.32 \text{ kJ/K}$$

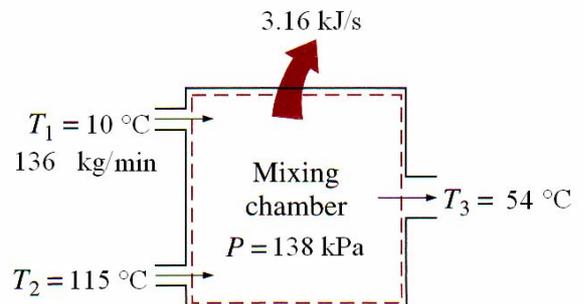
Notiamo che l'entropia generata durante il processo illustrato in precedenza poteva anche calcolarsi considerando un sistema isolato costituito dal lago e dal blocco di ferro.

Con questa schematizzazione non vi è trasferimento né di calore né di entropia verso il sistema. L'entropia generata è pari esattamente alla variazione di entropia del sistema.

$$\cancel{\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{entropia trasferita} \\ \text{dal calore e dalle masse}}}} + \underbrace{S_{gen}}_{\substack{\text{entropia} \\ \text{generata}}} = \underbrace{\Delta S_{sys \text{ iron+lake}}}_{\substack{\text{variazione di} \\ \text{entropia}}} \\ S_{gen} = \Delta S_{sys} = \Delta S_{Fe} + \Delta S_{lago} = 4.32 \text{ kJ/K}$$

Esempio 2-18

Dell'acqua a 138 kPa e 10 °C entra in una camera di miscelazione con una portata di 136 kg/min e viene miscelata con del vapore entrante a sua volta a 138 kPa e 115 °C. La miscela così ottenuta lascia la camera a 138 kPa e 54 °C. Nell'ipotesi che il miscelatore scambi calore con l'ambiente esterno a 21 °C nella misura di 3.16 kJ/s, e trascurando le variazioni di energia potenziale e cinetica, determinare il tasso di entropia generata durante il processo.



Scriviamo le equazioni di conservazione della massa e dell'energia:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \\ \underbrace{\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out}}_{\text{tasso di energia trasferita con masse, calore e lavoro}} = \underbrace{\Delta \dot{E}_{sys}}_{\text{tasso di variazione di energia cinetica, potenziale, interna etc.}} \end{array} \right.$$

da cui

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3 + \dot{Q}_{out}$$

Adesso determiniamo le condizioni del vapore ai vari stati:

Stato 1

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 138 \text{ kPa} \\ T_1 = 10 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 41.5 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 0.14885 \text{ kJ/kgK} \end{array}$$

Stato 2

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 138 \text{ kPa} \\ T_2 = 115 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_2 = 2702 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = 7.283 \text{ kJ/kgK} \end{array}$$

Stato 3

$$\left. \begin{array}{l} p_3 = 138 \text{ kPa} \\ T_3 = 54 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_3 = 225.54 \text{ kJ/kg} \\ s_3 = 0.7532 \text{ kJ/kgK} \end{array}$$

Sostituendo si ottiene:

$$3.16 \cdot 60 = 136 \cdot 41.5 + \dot{m}_2 \cdot 2702 - (136 + \dot{m}_2) \cdot 225.54$$

$$\dot{m}_2 = 9.34 \text{ kg/min}$$

Il tasso di entropia generata durante il processo si può calcolare agevolmente considerando il sistema esteso costituito dalla camera di miscelazione e dall'ambiente immediatamente confinante.

Il sistema così determinato avrà una temperatura di contorno costante e pari a 21 °C.

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{tasso netto di entropia trasferita con massa e calore}} + \underbrace{\dot{S}_{gen}}_{\text{tasso di entropia generata}} = \underbrace{\Delta \dot{S}_{sys}}_{\text{tasso di variazione di entropia}}$$

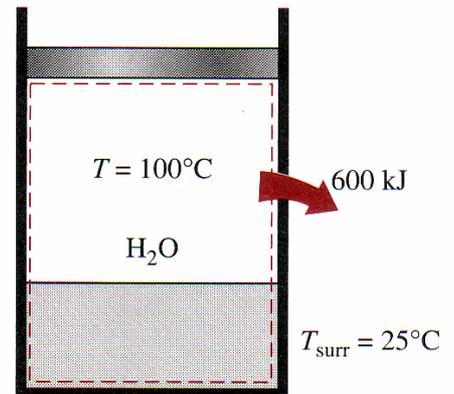
$$\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 - \frac{\dot{Q}_{out}}{T_b} + \dot{S}_{gen} = 0$$

$$\dot{S}_{gen} = 22 \text{ kJ/min} \cdot \text{K}$$

Esempio 2-19

Un pistone scorre, senza attrito, all'interno di un cilindro che contiene una miscela di liquido e vapore d'acqua a 100 °C. Durante un processo a pressione costante, 600 kJ di calore vengono trasferiti all'ambiente circostante che si trova a 25 °C. Come risultato parte del vapore si condensa all'interno del cilindro.

Determinare la variazione di entropia dell'acqua e l'entropia totale generata durante il processo.



Consideriamo un sistema chiuso formato dall'acqua (liquido e vapore) contenuta all'interno del cilindro. L'acqua subisce un processo isotermico ed isobarico con diminuzione di entropia (vi è sottrazione di calore). Supponiamo che non esistano irreversibilità all'interno del sistema in modo da poter considerare quest'ultimo come internamente reversibile.

Poiché l'acqua subisce un processo isotermico la sua variazione di entropia può essere facilmente determinata dalla seguente relazione:

$$\Delta S_{sys} = \frac{Q}{T_{sys}} = \frac{-600}{373} = -1.61 \text{ kJ/K}$$

Per calcolare l'entropia totale generata durante il processo, consideriamo ora il sistema esteso costituito dal cilindro e dall'aria immediatamente circostante. Con questa schematizzazione possiamo ritenere che la temperatura del contorno del sistema si mantenga costante e pari esattamente a 25 °C.

Al solito si ha:

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\text{trasferimento di entropia dovuto alle masse e al calore}} + \underbrace{S_{gen}}_{\text{entropia generata}} = \underbrace{\Delta S_{sys}}_{\text{variazione di entropia}}$$

$$-\frac{Q_{out}}{T_b} + S_{gen} = \Delta S_{sys}$$

$$S_{gen} = \frac{600}{298} - 1.61 = 0.4 \text{ kJ/K}$$

ESERCIZI

Es 01

Un compressore da 12 kW comprime aria dalla pressione p_1 alla pressione p_2 .

All'interno del compressore l'aria si mantiene a 25°C per effetto del calore scambiato con l'ambiente esterno a 10°C . Determinare il tasso di variazione di entropia dell'aria.

Dal primo principio, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, in riferimento al sistema definito nella figura sotto riportata, si ottiene:

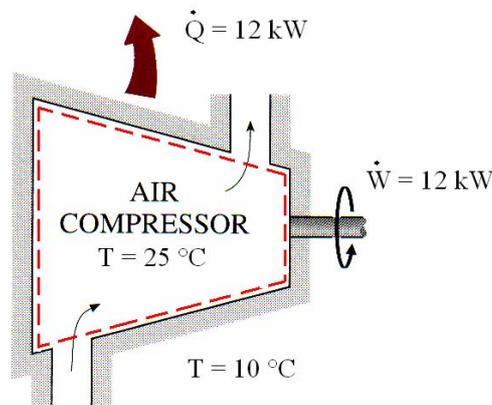
$$Q - W = \Delta h$$

Considerando l'aria come un gas ideale si ha:

$$Q - W = c_p \Delta T$$

L'aria all'interno del volume di controllo è a temperatura costante pertanto:

$$W = Q \rightarrow \dot{W} = \dot{Q} \rightarrow \dot{Q} = 12 \text{ kW}$$



L'equazione di bilancio entropico, per un sistema a controllo di volume, si scrive come segue:

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{m}(s_2 - s_1) + \dot{S}_{gen} = (\dot{S}_2 - \dot{S}_1)_{VC}$$

In particolare assumendo che:

1. il sistema sia in condizioni stazionarie $\rightarrow (\dot{S}_2 - \dot{S}_1)_{CV} = 0$
2. l'aria sia sottoposta ad un processo reversibile $\rightarrow \dot{S}_{gen} = 0$

L'equazione di bilancio entropico si semplifica e permette la immediata determinazione del tasso di variazione di entropia dell'aria:

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{m}(s_2 - s_1) = 0 \rightarrow \dot{m}(s_2 - s_1) = \frac{\dot{Q}}{T} \cong -\frac{12}{273 + 25} \cong -0.043 \text{ kW/K}$$

Es. 02

Durante un processo isotermico di cessione di calore, all'interno di un ciclo di Carnot, il fluido di lavoro subisce una variazione di entropia pari a -1.26 kJ/K . Se la temperatura della sorgente fredda è $35 \text{ }^\circ\text{C}$ determinare:

1. il calore trasferito;
2. la variazione di entropia della sorgente a 35°C ;
3. la variazione totale di entropia lungo questo processo.

Il calore trasferito vale

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \rightarrow Q = 388 \text{ kJ}$$

La variazione di entropia nella sorgente a 35°C vale:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{388}{308} \cong 1.26 \text{ kJ/K}$$

La variazione totale di entropia durante questo processo è nulla.

Es. 03

Un pannello radiante di un riscaldatore a vapore ha una capacità di 20 L ed riempito di vapore surriscaldato a $200 \text{ }^\circ\text{C}$ alla pressione di 200 kPa. Dopo un certo tempo, a valvole di ingresso e uscita entrambe chiuse, la temperatura del vapore scende a 80°C per effetto del trasferimento di calore all'ambiente.

Determinare la variazione di entropia del vapore durante questo processo.

Nelle condizioni iniziali il vapore ha le seguenti proprietà:

$$s_1 = 7.5066 \text{ kJ/kgK} \quad v = 1.083 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La massa di vapore contenuta nel radiatore è pari a:

$$m = \frac{V}{v} = \frac{0.02}{1.083} \cong 0.0185 \text{ kg}$$

Nelle condizioni finali il fluido è a 80° e mantiene lo stesso volume specifico.

Dalla tabelle si ricava che a 80°C i volumi specifici di liquido e gas valgono:

$$v_f = 0.001029 \text{ m}^3/\text{kg} \quad v_g = 3.407 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Pertanto il fluido nelle condizioni finali è allo stato di miscela (liquido+vapore)

Il titolo della miscela vale:

$$x = \frac{v_1 - v_f}{v_g - v_f} = 0.318$$

Sempre dalle tabelle si ricava l'entropia del liquido e del vapore alle condizioni finali.

$$s_f = 1.0753 \text{ kJ/kgK} \quad s_g = 7.6122 \text{ kJ/kgK}$$

L'entropia della miscela vale perciò:

$$s_2 = s_f(1-x) + x \cdot s_g = 3.152 \text{ kJ/kgK}$$

La variazione di entropia del vapore vale:

$$\Delta S = m(s_2 - s_1) \cong -0.0806 \text{ kJ/K}$$

Es. 04

Un contenitore rigido della capacità di 0.5 m^3 contiene del refrigerante 134a inizialmente alla pressione di 200 kPa e con titolo 0.4. Del calore viene successivamente trasferito al refrigerante da una sorgente a 35°C fino a far risalire la pressione del refrigerante a 400 kPa.

Determinare:

1. la variazione di entropia del refrigerante;
2. la variazione di entropia della sorgente;
3. la variazione totale di entropia indotta dal processo.

Alla pressione di 200 kPa il refrigerante ha una temperatura di saturazione di -10.09°C , e le entropie di liquido e gas valgono:

$$s_f = 0.1481 \text{ kJ/kgK} \quad s_g = 0.9253 \text{ kJ/kgK}$$

e i rispettivi volumi specifici:

$$v_f = 0.0007532 \text{ m}^3/\text{kg} \quad v_g = 0.0993 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Il volume specifico del refrigerante, nelle condizioni iniziali, vale:

$$v_1 = v_f(1-x) + x \cdot v_g \cong 0.040 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La massa di refrigerante vale quindi:

$$m = \frac{V}{v_1} \cong 12.5 \text{ kg}$$

L'entropia del refrigerante nelle condizioni iniziali vale:

$$S_1 = m(s_f + x \cdot (s_g - s_f)) \cong 5.73 \text{ kJ/K}$$

Nelle condizioni finali il refrigerante è alla pressione di 400 kPa e poiché il suo volume specifico ($0.040 \text{ m}^3/\text{kg}$) è inferiore al volume specifico del vapore saturo a 400 kPa ($0.0509 \text{ m}^3/\text{kg}$) si trova ancora nelle condizioni di miscela (liquido+vapore).

Il titolo della miscela nelle condizioni finali vale:

$$x_2 = \frac{v_{\text{misc}} - v_{f2}}{v_{g2} - v_{f2}} \cong 0.79$$

L'entropia della miscela nelle condizioni finali vale:

$$S_2 = m(s_{f2} + x_2 \cdot (s_{g2} - s_{f2})) \cong 9.66 \text{ kJ/K}$$

La variazione di entropia del refrigerante vale:

$$\Delta S_{\text{refr}} = S_2 - S_1 = 3.93 \text{ kJ/K}$$

Dal primo principio, il calore ricevuto dal fluido vale:

$$Q - W = \Delta U \quad \rightarrow \quad Q = m(u_2 - u_1)$$

$$u_2 = u_{f2} + x_2(u_{g2} - u_{f2})$$

$$u_1 = u_{f1} + x_1(u_{g1} - u_{f1})$$

$$Q = 1070 \text{ kJ}$$

La variazione di entropia della sorgente vale:

$$\Delta S_{\text{sorg}} = -\frac{Q}{T} = -\frac{1070}{273 + 35} \cong -3.47 \text{ kJ/K}$$

La variazione totale di entropia indotta dal processo vale quindi:

$$\Delta S = \Delta S_{\text{refr}} + \Delta S_{\text{sorg}} \cong 0.46 \text{ kJ/K}$$

Es. 05

Un contenitore rigido perfettamente isolato contiene 4 kg di una miscela (liquido + vapore) di acqua a 100 kPa. Inizialmente tre quarti della massa totale sono in fase liquida. Una resistenza elettrica, percorsa da corrente, viene quindi posizionata all'interno del contenitore fino a che tutto il liquido si è vaporizzato. Determinare la variazione di entropia del fluido durante il processo.

Alle condizioni iniziali si ha:

$$s_{f1} = 1.3026 \text{ kJ/kgK} \quad s_{g1} = 7.3594 \text{ kJ/kgK}$$

$$v_{f1} = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg} \quad v_{g1} = 1.6940 \text{ m}^3/\text{kg}$$

L'entropia del fluido alle condizioni iniziali vale:

$$S_1 = m_f s_{f1} + m_g s_{g1} \cong 11.26 \text{ kJ/K}$$

Il volume del contenitore vale:

$$V_{\text{tank}} = V_f + V_g = 1.697 \text{ m}^3$$

Il volume specifico della miscela è pertanto:

$$v_{\text{mix}} = 0.424 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dalle tabelle si ricava il valore dell'entropia del vapore saturo (con volume specifico 0.424 m³/kg)

$$s_{g2} = 6.89 \text{ kJ/kgK}$$

L'entropia totale del fluido, nelle condizioni finali, vale:

$$S_2 = m \cdot s_{g2} = 27.56 \text{ kJ/kgK}$$

La variazione di entropia nel fluido vale:

$$\Delta S = S_2 - S_1 \cong 16.3 \text{ kJ/K}$$

Es. 06

Un cilindro isolato contiene 5 L di acqua nelle condizioni di liquido saturo e la mantiene a pressione costante di 150 kPa. Successivamente una resistenza elettrica percorsa da corrente viene introdotta nel cilindro in modo da trasferire 2000 kJ di energia al vapore. Determinare la variazione di entropia dell'acqua durante questo processo.

Nelle condizioni iniziali il liquido ha le seguenti proprietà:

$$s_{f1} = 1.4335 \text{ kJ/kgK} \quad v_{f1} = 0.001053 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La massa di acqua vale pertanto:

$$m_f = \frac{V}{v_{f1}} \cong 4.75 \text{ kg}$$

L'entropia iniziale della massa d'acqua vale:

$$S_1 = m_f \cdot s_{f1} \cong 6.81 \text{ kJ/K}$$

Dal primo principio si ottiene:

$$Q - W = \Delta U \quad W = mpv_2 - mpv_1$$

$$Q = \Delta H = m\Delta h$$

L'entalpia iniziale dell'acqua vale:

$$h_1 = 467.08 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia finale dell'acqua vale pertanto:

$$h_2 = \frac{Q}{m} + h_1 = 888.13 \text{ kJ/kg}$$

Per vaporizzare completamente dell'acqua satura a 150 kPa occorrono 2226.5 kJ/kg. Dato che la resistenza elettrica fornisce solo 425.5 kJ/kg, al termine del processo l'acqua si troverà allo stato di miscela (liquido + vapore).

Determiniamo ora il titolo del vapore:

$$h_{mix2} = h_{f2} + x_2 h_{g2} \rightarrow x_2 \cong 0.19$$

L'entropia della miscela allo stato finale vale quindi:

$$S_2 = m(s_{f2} + x_2(x_{g2} - x_{f2})) \cong 12 \text{ kJ/K}$$

La variazione di entropia dell'acqua vale quindi:

$$\Delta S \cong 5.19 \text{ kJ/K}$$

Es. 07

Un blocco di alluminio da 20 kg, inizialmente a 200°C, è tenuto a contatto con un blocco di ferro di 20 kg a 100°C. Determinare la temperatura finale di equilibrio e la variazione totale di entropia indotta dal processo nell'ipotesi che il calore non si disperda nell'ambiente e veicoli totalmente da un corpo all'altro.

Dato che il calore, in questo caso, non si disperde ma veicola da un corpo all'altro, si ha:

$$Q_{Al1} + Q_{Fe1} = Q_{Al2} + Q_{Fe2} \Big|_{T_{comune}}$$

I calori specifici di Al e Fe, ritenuti costanti nel range di temperatura considerato, possono porsi pari a:

$$c_{Al} = 0.9 \text{ kJ/kgK} \quad c_{Fe} = 0.45 \text{ kJ/kgK}$$

Da cui la temperatura T di equilibrio vale:

$$T = \frac{m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot T_{Al1} + m_{Fe} \cdot c_{Fe} \cdot T_{Fe1}}{m_{Al} \cdot c_{Al} + m_{Fe} \cdot c_{Fe}} \cong 167 \text{ }^\circ\text{C}$$

La variazione di entropia dell'alluminio vale:

$$\Delta S_{Al} = m_{Al} \cdot c_{Al} \log \frac{T}{T_{Al1}} \cong -1.3 \text{ kJ/K}$$

La variazione di entropia nel ferro vale:

$$\Delta S_{Fe} = m_{Fe} \cdot c_{Fe} \log \frac{T}{T_{Fe1}} \cong 1.49 \text{ kJ/K}$$

La variazione di entropia indotta dal processo vale pertanto:

$$\Delta S = \Delta_{Fe} + \Delta_{Al} \cong 0.187 \text{ kJ/K}$$

Es. 08

Un contenitore rigido e isolato da 1.5 m³ contiene 2.5 kg di anidride carbonica a 100 kPa. Una ventola viene poi inserita nel contenitore e messa in funzione fino a che la pressione nel contenitore sale fino a 120 kPa. Determinare, durante questo processo, la variazione di entropia dell'anidride carbonica nelle seguenti ipotesi:

1. calore specifico variabile lungo il processo;
2. calore specifico costante lungo il processo.

Ipotesi di calore specifico variabile

Il volume specifico della CO₂, che si mantiene costante durante il processo, vale:

$$v = \frac{W}{m} = \frac{1.5}{2.7} \cong 0.6296 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dalle tabelle (EES) ricaviamo i valori di entropia allo stato iniziale $p_{1,v}$ e finale $p_{2,v}$

$$s_1 = 0.099 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 0.229 \text{ kJ/kgK}$$

La variazione di entropia vale quindi:

$$\Delta S = m(s_2 - s_1) \cong 0.351 \text{ kJ/K}$$

Ipotesi di calore specifico costante lungo il processo.

$$\begin{cases} \Delta s = \bar{c}_v \log \frac{T_2}{T_1} + R \log \frac{v_2}{v_1} \\ \Delta s = \bar{c}_p \log \frac{T_2}{T_1} - R \log \frac{p_2}{p_1} \end{cases} \rightarrow \Delta s = 0.12$$

La variazione di entropia totale vale:

$$\Delta S = m\Delta s \cong 0.324 \text{ kJ/K}$$

Es. 09

Un cilindro contiene 1.2 kg di azoto a 120 kPa e 27°C. Il gas viene compresso lentamente da un pistone durante un processo politropico retto dall'equazione $pv^{1.3} = \text{costante}$. Il processo termina quando il volume è stato dimezzato. Determinare la variazione di entropia dell'azoto durante il processo.

Dall'equazione della politropica si ricavano le condizioni iniziali e finali del fluido:

$$\begin{cases} p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \\ p_1 v_1 = RT_1 \\ p_2 v_2 = RT_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n \\ \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \end{cases} \quad \text{con } n = 1.3$$

da cui:

$$T_2 \cong 369 \text{ K} \quad p_2 \cong 295.47 \text{ kPa}$$

Ritenuti costanti i calori specifici durante il processo si ha:

$$\Delta s = \bar{c}_v \log \frac{T_2}{T_1} + R \log \frac{v_2}{v_1} \quad \text{oppure} \quad \Delta s = \bar{c}_p \log \frac{T_2}{T_1} - R \log \frac{p_2}{p_1}$$

$$\bar{c}_v = 0.743 \text{ kJ/kgK} \quad \bar{c}_p = 1.039 \text{ kJ/kgK} \quad R = 0.2968 \text{ kJ/kgK}$$

da cui

$$\Delta s = -0.0514 \text{ kJ/kgK} \quad \rightarrow \quad \Delta S = m\Delta s = -0.0617 \text{ kJ/K}$$

Nell'ipotesi invece che i calori specifici non siano costanti lungo il processo, si ha:

$$\Delta s = s_2^0 - s_1^0 - R \log \frac{p_2}{p_1}$$

Dalle tabelle si ricava:

$$s_2^0 = \tilde{s}_2^0 \cdot \frac{1}{\text{Massa molare}} \cong 197.794 \frac{1}{28.013} = 7.06 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_1^0 \cong 6.84 \text{ kJ/kgK}$$

da cui:

$$\Delta S \cong 0.059 \text{ kJ/K}$$

Es. 10

Un flusso d'aria di 1.6 kg/min viene compressa in modo stazionario, da 100 kPa e 17°C fino a 600 kPa e 167°C, tramite un compressore da 5 kW.

Durante il processo del calore si trasferisce dal compressore all'ambiente esterno a 17°C.

Determinare il tasso di variazione dell'entropia dell'aria durante il processo.

Nell'ipotesi che i calori specifici non si mantengano costanti lungo il processo vale la seguente relazione:

$$\Delta s = s_2^0 - s_1^0 - R \log \frac{p_2}{p_1} = 2.088 - 1.668 - 0.287 \log 6 \cong -0.0942 \text{ kJ/kgK}$$

da cui:

$$\dot{S} = \dot{m} \Delta s = -0.0025 \text{ kW/K}$$

Es. 11

Un contenitore rigido isolato è diviso in parti uguali da una parete. Inizialmente una camera contiene 5 kmoli di un gas ideale e l'altra camera è vuota. Successivamente la parete divisoria viene rimossa e il gas si espande liberamente fino a occupare completamente il contenitore.

Determinare la variazione totale di entropia durante il processo.

Dal primo principio si ha:

$$Q - W = \Delta U \rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow T = \text{cost}$$

Il processo è pertanto isotermico

La variazione di entropia si calcola direttamente dalla (2.19):

$$\Delta s = \mathfrak{R} \log \frac{v_2}{v_1} = 8.314 \cdot \log 2 \cong 5.76 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}$$

Pertanto

$$\Delta S = 28.81 \text{ kJ/kg}$$

Es. 12

Dell'aria viene compressa, da 100 kPa e 17°C a 800 kPa, da un pistone scorrevole all'interno di un cilindro. Ritenendo il processo adiabatico e reversibile, determinare la temperatura finale e il lavoro compiuto durante il processo assumendo:

1. calori specifici costanti lungo il processo;
2. calori specifici variabili lungo il processo.

Ipotesi di costanza dei calori specifici

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{cost}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \rightarrow T_2 \cong 525.3 \text{ K}$$

Il lavoro di compressione si calcola con la seguente relazione:

$$w = \int_1^2 p dv = \frac{RT_1}{k-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right) \cong 168.9 \text{ kJ/kg}$$

N.B.: si tratta del lavoro al contorno in un processo chiuso $\int p dv \neq \int v dp$

$$\int_1^2 p dv = \int_1^2 \frac{p_2 v_2^k}{v^k} dv = \frac{p_2 v_2^k}{1-k} (v_2^{1-k} - v_1^{1-k}) = \frac{RT_2 v_2^{k-1}}{1-k} (v_2^{1-k} - v_1^{1-k})$$

isoentr

$$= \frac{RT_2}{1-k} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1-k} \right) = \frac{RT_1}{1-k} \left(\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} - 1 \right) = \frac{RT_1}{1-k} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right)$$

Ipotesi di calori specifici variabili

Da T_1 si legge sulle tabelle p_{r1} . Da p_{r1} si calcola p_{r2} e quindi T_2

$$T_1 \rightarrow p_{r1} = 1.2311 \rightarrow p_{r2} = \frac{p_2}{p_1} p_{r1} = 9.85 \rightarrow 522.9 \text{ K}$$

Dal primo principio:

$$q - w = \Delta u \rightarrow w = -\Delta u = -(u_2 - u_1) = -169 \text{ kJ/kg}$$

Es. 13

Un contenitore isolato contiene 4 kg di argon a 450 kPa e 30°C. Una valvola viene successivamente aperta permettendo all'argon di fuoriuscire fino a che la pressione all'interno del contenitore scende a 150 kPa.

Assumendo che l'argon all'interno del contenitore sia sottoposto ad un processo adiabatico reversibile, determinare la quantità di argon presente nel contenitore al termine del processo.

Consideriamo i calori specifici dell'argon costanti.

Dalle tabelle si ricava:

$$\bar{c}_v = 0.3122 \text{ kJ/kgK} \quad R = 0.2081 \text{ kJ/kgK} \quad k = 1.667$$

Calcoliamo la temperatura finale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \rightarrow T_2 = 195.2 \text{ K}$$

La variazione di entropia di un gas ideale lungo un processo e nell'ipotesi di costanza dei calori specifici vale:

$$s_2 - s_1 = \bar{c}_v \log \frac{T_2}{T_1} + R \log \frac{v_2}{v_1}$$

Dato che il processo è adiabatico reversibile, si ha:

$$\log \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{\bar{c}_v} \log \frac{v_2}{v_1} \rightarrow \log \frac{v_2}{v_1} = \frac{\bar{c}_v}{R} \log \frac{T_2}{T_1} \cong -0.6597$$

Tenuta presente la definizione di volume specifico, indicando con m_1 e m_2 le quantità di argon nel contenitore, di capacità V , rispettivamente all'inizio e alla fine del processo, si ha:

$$\frac{m_2/V}{m_1/V} = \exp(-0.6597) \rightarrow m_2 = 4 \cdot \exp(-0.6597) \cong 2.07 \text{ kg}$$

Es. 13

Una portata pari a 5 kg/s di liquido entra, alla pressione di 100 kPa, in una pompa da 10 kW. Determinare la più alta pressione che il liquido può raggiungere all'uscita della pompa trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale del liquido.

La massima pressione del liquido in uscita si ha quando tutta la potenza della pompa si trasferisce al liquido stesso.

Determiniamo ora la massima energia per unità di massa trasferibile dalla pompa al liquido.

$$E_{\max} = \frac{W}{\dot{m}} = \frac{100000}{20} = 2000 \text{ J/kg}$$

Dal teorema di Bernoulli, trascurando i termini cinetici e potenziali si ha:

$$\frac{p_1}{\delta} + E_{\max} = \frac{p_{2\max}}{\delta} \rightarrow p_{2\max} = 2100 \text{ kPa}$$

Es. 14

Dell'azoto viene compresso da 80 kPa e 27 °C a 480 kPa tramite un compressore da 10 kW. Determinare la portata massica dell'azoto attraverso il compressore assumendo che il processo di compressione sia:

1. isoentropico;
2. politropico con esponente 1.3;
3. isotermico;
4. realizzato con un compressore ideale bistadio con politropica di esponente 1.3.

Dalle tabelle ricaviamo:

$$R = 0.2968 \text{ kJ/kgK} \quad k = 1.4$$

Il lavoro di compressione, ritenuto il processo isoentropico, vale:

$$w = \frac{k}{k-1} RT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1/k} - 1 \right) = 208.33 \text{ kJ/kg}$$

Dalla definizione di potenza si ricava:

$$\dot{W} = \dot{m}w \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} \cong 0.048 \text{ Kg/s}$$

Il lavoro di compressione, ritenuto il processo politropico, vale:

$$w = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{n-1/n} - 1 \right) = 198 \text{ kJ/kg}$$

da cui:

$$\dot{W} = \dot{m}w \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} \cong 0.0501 \text{ Kg/s}$$

Il lavoro di compressione, ritenuto il processo isotermico, vale:

$$w = RT \log \frac{p_2}{p_1} = 159 \text{ kJ/kg}$$

da cui:

$$\dot{W} = \dot{m}w \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} \cong 0.063 \text{ Kg/s}$$

Il lavoro di compressione in un singolo stadio di un compressore bistadio ideale vale:

$$w_I = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(\left(\frac{p_{\text{int}}}{p_1} \right)^{n-1/n} - 1 \right) \quad \text{con } p_{\text{int}} = \sqrt{p_2 p_1} \cong 196 \text{ kPa}$$

$$w_I \cong 88.6 \rightarrow w_{\text{tot}} = w_I + w_{II} = 2w_I \cong 177 \text{ kJ/kg}$$

da cui:

$$\dot{W} = \dot{m}w \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} \cong 0.056 \text{ Kg/s}$$

Es. 14

Una portata di vapore di 3 kg/s entra in una turbina adiabatica a 8 MPa e 500 °C ed esce con una pressione di 30 kPa. Sapendo che il rendimento isoentropico della turbina vale 0.9, e trascurando la variazione di energia cinetica del vapore, determinare:

1. la temperatura di uscita del vapore;
2. la potenza fornita dalla turbina.

Il vapore, nelle condizioni di ingresso, ha le seguenti proprietà:

$$h_1 = 3398.3 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 6.7240 \text{ kJ/kgK}$$

Nelle condizioni finali, pressione pari a 30 kPa, il fluido si trova sotto forma di miscela (liquido+vapore) con le seguenti proprietà:

$$T_2 = T_{sat} = 69.1 \text{ °C}$$

$$\text{liquido saturo} \begin{cases} h_{f2} = 289.23 \text{ kJ/kg} \\ s_{f2} = 0.9439 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \text{vapore saturo} \begin{cases} h_{g2} = 2625.3 \text{ kJ/kg} \\ s_{g2} = 7.7696 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

Se il processo fosse isoentropico il titolo finale del vapore dovrebbe essere:

$$x = \frac{s_1 - s_{f2}}{s_{g2} - s_{f2}} \cong 0.847$$

E l'entalpia della miscela nelle condizioni finali assumerebbe il seguente valore:

$$h_{2mix} = h_{f2} + x(h_{g2} - h_{f2}) \cong 2268 \text{ kJ/kg}$$

Pertanto il salto entalpico isoentropico varrebbe:

$$\Delta h_{is} = h_1 - h_{2mix} \cong 1130.3 \text{ kJ/kg}$$

Il salto entalpico reale si calcola direttamente dalla definizione di rendimento entropico:

$$\eta_T = \frac{\Delta h_{real}}{\Delta h_{is}} = 0.9 \rightarrow \Delta h_{real} \cong 1017.27 \text{ kJ/kg}$$

La potenza fornita dalla turbina vale:

$$\dot{W} = \dot{m} \Delta h_{real} \cong 3052 \text{ kW}$$

Es. 15

Una portata di vapore entra in una turbina adiabatica alla velocità di 80 m/s, alla pressione di 6 MPa e alla temperatura di 600 °C e l'abbandona alla velocità di 140 m/s, alla pressione di 50 kPa e alla temperatura di 100 °C. Se la potenza fornita dalla turbina è 8 MW, determinare:

1. la portata massica che attraversa la turbina;
2. il rendimento isoentropico della turbina.

Dalle tabelle si ricava il salto entalpico:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 3658.4 - 2682.1 \cong 976.3 \text{ kJ/kg}$$

Dal principio di conservazione dell'energia:

$$w_T = \Delta h - \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right) \cong 970 \text{ kJ/kg}$$

La portata vale:

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} \cong 8.25 \text{ kg/s}$$

Il titolo del vapore si ottiene imponendo l'entropia finale pari all'entropia iniziale:

$$x = \frac{s_1 - s_{f2}}{s_{g2} - s_{f2}} \cong 0.935$$

L'entalpia finale della miscela è pari a:

$$h_{2_{mix}} = h_{2_f} + x(h_{g_2} - h_{f_2}) \cong 2495 \text{ kJ/kg}$$

Il salto entalpico isoentropico vale quindi:

$$\Delta h_{is} = 3658.4 - 2495 \cong 1163.4 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento isoentropico vale, dalla definizione di rendimento:

$$\eta_T = \frac{\Delta h_{real} - \left(\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right)}{\Delta h_{is} - \left(\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right)} \cong 0.84$$

Es. 16

Dell'aria viene compressa, tramite un compressore adiabatico, da 95 kPa e 27°C, fino a 600 kPa e 277°C.

Assumendo variabili i calori specifici e trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare:

1. il rendimento isoentropico del compressore;
2. la temperatura di uscita dell'aria nell'ipotesi che il processo sia reversibile.

L'entalpia e l'entropia dell'aria nelle condizioni iniziali e finali sono tabellate in funzione della temperatura:

$$h_1 = 300.19 \text{ kJ/kg} \quad h_2 = 555.74 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 6.908 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 6.998 \text{ kJ/kgK}$$

La temperatura finale corrispondente ad una compressione isoentropica si calcola da tabelle, o tramite software imponendo le seguenti condizioni: $p_2 = 600 \text{ kPa}$ e $s_{2_{is}} = s_1$

Il calcolo tabellare segue questo schema:

$$T_1 = 300 \rightarrow p_{r1} = 1.386$$

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} = 8.75 \rightarrow T_{2_{is}} = 505 \text{ °C}$$

Note la temperatura isoentropica e la pressione finale si calcola agevolmente l'entalpia finale del fluido (ipotesi di compressione isoentropica)

$$h_{2_{is}} \cong 509 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento isoentropico vale:

$$\eta_C = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h_{real}} \cong 0.82$$

Es. 17

I gas combusti uscenti da un motore di un turbojet entrano in un ugello a 260 kPa e 747°C alla velocità di 80 m/s ed escono alla pressione di 85 kPa. Assumendo un'efficienza dell'ugello pari a 0.92 e trattando i gas combusti come aria, determinare:

1. la velocità di uscita dei gas;
2. la temperatura di uscita dei gas.

Nelle condizioni di ingresso il gas ha un'entalpia e un'entropia pari a:

$$h_1 = 1069.6 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 7.9104 \text{ kJ/kgK}$$

Consideriamo ora un efflusso isoentropico. All'uscita l'entalpia è pari a:

$$h_{2_{is}} = 784.96 \text{ kJ/kg}$$

La velocità di uscita isoentropica è pari a:

$$c_{2is} = \sqrt{2\Delta h_{is} + c_1^2} \cong 759 \text{ m/s}$$

La velocità di uscita reale si calcola per via diretta dalla definizione di rendimento isoentropico:

$$\eta_N \equiv \frac{c_{2a}^2}{c_{2is}^2} \rightarrow c_{2a} = \sqrt{\eta_N \cdot c_{2is}^2} \cong 728 \text{ m/s}$$

L'entalpia finale reale si determina dal seguente bilancio energetico:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_{2a} + \frac{c_{2a}^2}{2} \rightarrow h_{2a} = h_1 - \frac{c_{2a}^2 - c_1^2}{2} \cong 808 \text{ kJ/kg}$$

La temperatura di uscita dei gas vale pertanto:

$$T_{2a} \cong 786 \text{ K}$$

Es. 18

Del vapore entra a 50°C in un condensatore che sfrutta come liquido di raffreddamento le acque di un lago. L'acqua di raffreddamento entra, con una portata di 101 kg/s, nei tubi del condensatore a 18°C ed esce a 27°C. Assumendo che il condensatore sia perfettamente isolato e che il flussi di acqua e vapore siano concordi, determinare:

1. il tasso di vapore condensato;
2. il tasso di entropia generata all'interno del condensatore.

La quantità di calore ceduta dall'acqua di raffreddamento è pari a:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_w (T_2 - T_1) = 101 \cdot 4.18 \cdot 9 \cong 3800 \text{ kJ/s}$$

Dato che il condensatore è perfettamente isolato, il calore ceduto dall'acqua di raffreddamento è totalmente speso per la condensazione del vapore.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\Delta h$$

Il calore di vaporizzazione/condensazione dell'acqua a 50°C vale:

$$h_{fg} = 2382.7 \text{ kJ/kg}$$

Il tasso di vapore condensato vale quindi:

$$\dot{m}_{cond} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} \cong 1.595 \text{ kg/s}$$

Riportiamo l'equazione di bilancio entropico per sistemi a controllo di volume:

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{gen} = \Delta \dot{S}_{CV}$$

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} = 0 \text{ perché il condensatore è isolato}$$

$$\Delta \dot{S}_{CV} = 0 \text{ perché il processo è stazionario}$$

Da cui:

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i = \dot{m}_w \bar{c}_w \log \frac{T_2}{T_1} - \dot{m}_{cond} s_{fg} = 12.859 - 1.595 \cdot 7.3725 \cong 1.1 \text{ kW/K}$$

Es. 19

Delle sfere di acciaio, di 8 mm di diametro, sono sottoposte a un trattamento termico consistente in riscaldamento, in forno a 900°C, seguito da un raffreddamento lento, fino 100°C, in aria ambiente a 35°C. Nell'ipotesi che 2500 sfere all'ora vengano sottoposte a trattamento termico, determinare:

1. il tasso di calore trasferito dalle sfere all'aria;
2. il tasso di entropia generata in conseguenza del trasferimento di calore dalle sfere all'ambiente.

Densità dell'acciaio $\rho = 7833 \text{ kg/m}^3$
 Calore specifico dell'acciaio $c = 0.465 \text{ kJ/kgK}$

Determiniamo la massa di una sfera

$$m_s = V_s \cdot \rho = \frac{4}{3}(\pi \cdot r^3) \cdot \rho = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (4 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 7833 \cong 0.0021 \text{ kg}$$

Il calore ceduto da ogni sfera durante il raffreddamento vale:

$$Q = m_s c \Delta T \cong 0.7812 \text{ kJ}$$

Il tasso di calore ceduto vale ovviamente:

$$\dot{Q} = \frac{Q \cdot 2500}{3600} \cong 0.542 \text{ kW}$$

La variazione di entropia di ogni sfera al termine del processo di raffreddamento vale:

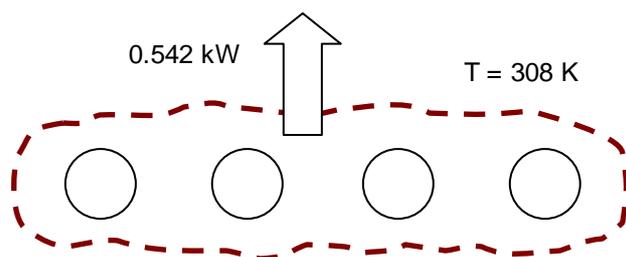
$$\Delta S_s = m_s c \log \frac{T_2}{T_1} \cong -0.00112 \text{ kJ/K}$$

Il tasso di variazione entropia del 'sistema sfere' vale:

$$\Delta \dot{S}_{\text{syst sf}} = \frac{0.00112 \cdot 2500}{3600} = -0.000777 \text{ kW/K}$$

Il tasso di variazione entropia del 'sistema aria' vale:

$$\Delta \dot{S}_{\text{syst air}} = \frac{\dot{Q}}{T_{\text{air}}} = 0.00176 \text{ kW/K} \quad (\text{temperatura dell'aria esterna ritenuta costante})$$



Per determinare l'entropia generata durante il processo, possiamo considerare il sistema esteso costituito dalle sfere e dall'aria immediatamente circostante.

L'equazione di bilancio entropico è:

$$\underbrace{\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out}}_{\text{Tasso di entropia trasferita con il calore e con le masse}} + \dot{S}_{gen} = \Delta \dot{S}_{\text{syst}}$$

Tasso di entropia trasferita con il calore e con le masse

$$\dot{S}_{in} = 0 \quad \Delta \dot{S}_{\text{syst}} = -0.000777 \text{ kW/K} \quad \dot{S}_{out} = 0.00176 \text{ kW/K}$$

Da cui:

$$\dot{S}_{gen} = 0.00176 - 0.000777 \cong 983 \text{ kW/K}$$

Es. 20

Una portata di vapore pari a 25000 kg/h vapore si espande in turbina stazionaria entrando a 8MPa e 450°C ed uscendo alla pressione di 50 MPa come vapore saturo.

Nell'ipotesi che la potenza erogata dalla turbina sia pari a 4 MW, determinare il tasso di entropia generata durante il processo.

N.B.: la turbina è inserita in un ambiente a 25°C

Determiniamo le entalpie del vapore in ingresso e in uscita:

$$h_1 = 3272 \text{ kJ/kg} \quad h_2 = 2645.9 \text{ kJ/kg}$$

Dal primo principio, applicato ai sistema aperti si ha:

$$Q - W = \Delta H \rightarrow \dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\Delta h \rightarrow \dot{Q} = \dot{W} - \dot{m}\Delta h = 4 - \frac{25000}{3600} \frac{(3272 - 2645.9)}{1000} \cong -0.348 \text{ MW}$$

Scriviamo ora il bilancio entropico per i sistemi aperti, stazionari e a flusso singolo:

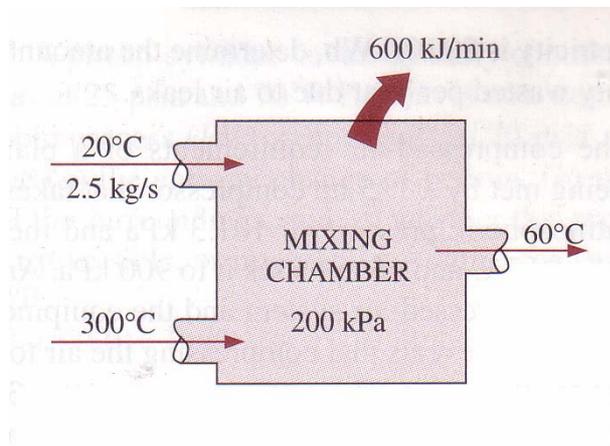
$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_e - s_i) - \frac{\dot{Q}}{T_{air}} \quad s_2 = 7.5939 \text{ kJ/kgK} \quad s_1 = 6.5551 \text{ kJ/kgK}$$

$$\dot{S}_{gen} = 8.38 \text{ kW/K}$$

Es. 21

Una portata d'acqua pari 2.5 kg/s, a 200 kPa e 20°C, viene scaldata miscelandola con vapore surriscaldato a 200 kPa e 300 °C. Nell'ipotesi che la camera di miscelazione disperda calore all'ambiente esterno nella misura di 600 kJ/min, e sapendo che la miscela, in uscita, ha una temperatura di 60°C e una pressione di 200 kPa, determinare:

1. la portata massica del vapore surriscaldato;
2. il tasso di entropia generata durante il processo di miscelazione.



Determiniamo le entalpie e le entropie del fluido in ingresso e in uscita (dati ricavabile da tabelle o diagrammi di Mollier o via software)

$$\text{Ingresso} \begin{cases} \text{liquido} & h_{iL} = 85.2 \text{ kJ/kg} \\ & s_{iL} = 0.24 \text{ kJ/kgK} \\ \text{vapore} & h_{iV} = 3024 \text{ kJ/kg} \\ & s_{iV} = 6.77 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \text{Uscita miscela} \begin{cases} h_{emix} = 252.2 \text{ kJ/kg} \\ s_{emix} = 0.828 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

Si determina la portata di vapore in ingresso tramite il primo principio applicato ad un sistema aperto.

$$Q - W = \Delta H$$

Da cui

$$\begin{cases} Q = \Delta H \rightarrow \dot{Q} = \dot{m}_{emix} h_{emix} - \dot{m}_{iL} h_{iL} - \dot{m}_{iV} h_{iV} \rightarrow \dot{m}_{emix} \cong 0.154 \text{ kg/s} \\ \dot{m}_{emix} = \dot{m}_{iL} + \dot{m}_{iV} \end{cases}$$

L'entropia generata, con riferimento ad un sistema esteso, vale:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}_{emix} s_{emix} - \dot{m}_{iL} s_{iL} - \dot{m}_{iV} s_{iV} + \frac{\dot{Q}_{out}}{T}$$

$$\dot{S}_{gen} \cong 0.588 \text{ kW/K}$$

Es. 22

Del vapore entra in un ugello adiabatico a 3 MPa e 400 °C con un velocità di 70 m/s ed esce ad una pressione di 2 MPa e 320 m/s. Sapendo che l'ugello ha la sezione di entrata pari a 7 cm², determinare:

1. la temperatura di uscita del vapore;
2. il tasso di entropia generata durante il processo.

Dal primo principio, nell'ipotesi di un ugello adiabatico, si ha:

$$\frac{c_1^2}{2} + h_1 = \frac{c_2^2}{2} + h_2 \quad \text{con } h_1 \cong 3231 \text{ kJ/kg}$$

da cui:

$$h_2 \cong 3181 \text{ kJ/kg} \quad \rightarrow T_2 \cong 370 \text{ °C}$$

L'entropia del vapore in ingresso e in uscita vale:

$$s_2 = 7.028 \text{ kJ/kgK} \quad s_1 = 6.923 \text{ kJ/kgK}$$

La densità del vapore in ingresso vale:

$$\rho \cong 10.065 \text{ kg/m}^3$$

La portata di vapore vale pertanto:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot c_1 \cong 0.493 \text{ kg/s}$$

Il tasso di entropia generata, sempre con riferimento ad un ugello adiabatico vale:

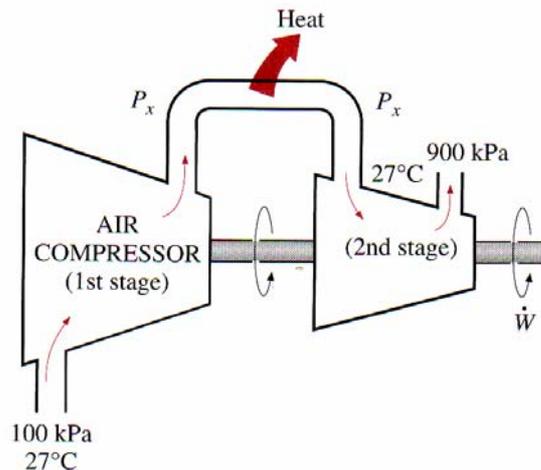
$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_e - s_i) \cong 0.0518 \text{ kW/K}$$

Es. 23

Dell'aria entra in un compressore bistadio alla pressione di 100 kPa e temperatura di 27°C per venire compresso alla pressione finale di 900 kPa. Il rapporto di compressione dei due stadi è uguale e l'aria viene raffreddata, alla temperatura iniziale, nel passaggio da uno stadio al successivo.

Assumendo che il processo di compressione sia isoentropico, determinare la potenza assorbita dal compressore nell'ipotesi che la portata d'aria elaborata sia pari a 0.02 kg/s.

Se il processo di compressione (sempre ritenuto isoentropico) venisse realizzato da un compressore monostadio quale sarebbe la potenza assorbita da quest'ultimo compressore?



Compressore bistadio

La pressione all'uscita del primo stadio vale:

$$p_x = \sqrt{p_1 \cdot p_2} = 300 \text{ kPa}$$

Il lavoro di compressione di un singolo stadio vale:

$$w_t = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \cong 111.12 \text{ kJ/kg} \quad R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

La potenza assorbita vale:

$$\dot{W} = 2\dot{m}w_t \cong 4.44 \text{ kW}$$

Compressore monostadio

Il lavoro di compressione vale:

$$w = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \cong 263.2 \text{ kJ/kg} \quad R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

La potenza assorbita vale:

$$\dot{W}_{\text{mono}} = \dot{m}w \cong 5.26 \text{ kW/K}$$

Es. 24

Si consideri un compressore a tre stadi con due intercooler in grado di riportare la temperatura dei gas alla stessa temperatura di ingresso dello stadio.

Determinare le due pressioni intermedie, in funzione della pressione di ingresso e uscita dal compressore, in grado di minimizzare il lavoro assorbito dal compressore stesso:

$$w_{tot} \propto \frac{p_x}{p_1} + \frac{p_y}{p_x} + \frac{p_2}{p_y}$$

Annullando le derivati parziali si ha:

$$\begin{cases} \frac{\delta w}{\delta p_x} = 0 \rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{p_y}{p_x^2} = 0 \\ \frac{\delta w}{\delta p_y} = 0 \rightarrow \frac{1}{p_2} - \frac{p_x}{p_y^2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_x^2 = p_1 p_y \\ p_y^2 = p_2 p_x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_x = \sqrt[3]{p_1^2 p_2} \\ p_y = \sqrt[3]{p_2^2 p_1} \end{cases}$$

Es 25

Una portata di vapore pari a 15 kg/s entra, alla pressione di 7 MPa e alla temperatura di 500 °C, in una turbina a due stadi e adiabatica.

Il 10% del vapore viene estratto al termine del primo stadio, alla pressione di 1 MPa, per essere utilizzato per altri scopi. Il vapore restante viene ulteriormente espanso nel secondo stadio della turbina fino alla pressione di 50 kPa. Determinare la potenza resa disponibile dalla turbina nei seguenti due casi:

1. processo reversibile;
2. turbina con un rendimento isoentropico pari a 0.88.

All'ingresso i valori di entalpia ed entropia sono:

$$h_1 = 3411 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 6.799 \text{ kJ/kgK}$$

Assumendo un comportamento isoentropico, il valori di entalpia ed entropia del fluido all'uscita del primo stadio valgono:

$$h_2 = 2877.5 \text{ kJ/kg} \quad s_2 = s_1$$

Il calcolo dell'entalpia, all'uscita del secondo stadio, richiede ulteriori considerazioni.

L'entropia finale è 6.799 kJ/kgK. Tale entropia è inferiore all'entropia del vapore saturo a 50 kPa. Pertanto il vapore, nelle condizioni finali, sarà parte in forma liquida e parte sotto forma di vapore.

Il titolo x del vapore si determina appunto fissando a 6.799 kJ/kgK l'entropia della miscela a 50 kPa.

$$6.799 = s_{f50kPa} + x \cdot s_{fg50kPa} \rightarrow x \cong 0.88$$

L'entalpia finale della miscela (liquido+vapore) vale pertanto:

$$h_3 = h_{f50kPa} + x \cdot h_{fg50kPa} \cong 2369 \text{ kJ/kg}$$

La potenza fornita dalla turbina vale quindi:

$$\dot{W} = \dot{m}(h_1 - h_2) + 0.9 \cdot \dot{m}(h_2 - h_3) \cong 14.9 \text{ MW}$$

Nel caso il rendimento isoentropico fosse pari a 0.88, il lavoro disponibile all'asse della turbina sarebbe:

$$\dot{W}_{act} = \eta_T \dot{W} \cong 13.1 \text{ MW}$$

Es. 26

Del vapore entra in una turbina adiabatica a due stadi a 8 MPa e 500 °C. Il vapore si espande nel primo stadio fino a raggiungere la pressione di 2 MPa. Il vapore viene successivamente surriscaldato, a pressione costante, fino a raggiungere la temperatura di 500°C, prima di espandersi nel secondo stadio fino a raggiungere la pressione di 100 kPa.

Assumendo un'efficienza isoentropica pari a 0.84 in entrambi gli stadi della turbina, determinare la portata di vapore necessaria per trasferire alla turbina una potenza di 8 MW.

Entalpia ed entropia all'ingresso del primo stadio:

$$h_1 = 3399 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 6.726 \text{ kJ/kgK}$$

Entalpia ed entropia all'uscita del secondo stadio ritenuto isoentropico:

$$h_2 = 3000 \text{ kJ/kg} \quad s_2 = s_1 = 6.726 \text{ kJ/kgK}$$

Entalpia ed entropia all'ingresso del secondo stadio (2MPa e 500 °C):

$$h_3 = 3467.8 \text{ kJ/kg} \quad s_3 = 7.433 \text{ kJ/kgK}$$

Entalpia ed entropia all'uscita del secondo stadio ritenuto isopentropico:

$$h_4 = 2702.15 \text{ kJ/kg} \quad s_4 = s_3 = 7.433 \text{ kJ/kgK}$$

La portata di vapore vale pertanto:

$$\dot{W} = \eta(\dot{m}(h_1 - h_2) + \dot{m}(h_3 - h_4)) \rightarrow \dot{m} \cong 82 \text{ kg/s}$$

Es. 27

L'esplosione di un contenitore di acqua bollente il 19-01-1982 causò in una scuola elementare di Spencer, in Oklahoma, la morte di 7 persone e il ferimento di altre 13.

Quando un contenitore, riempito con un liquido ad alta pressione e ad alta temperatura, si rompe, l'improvviso calo di pressione del liquido, che viene a contatto con l'atmosfera, fa sì che parte del liquido si trasformi quasi istantaneamente in vapore con un enorme aumento del volume occupato.

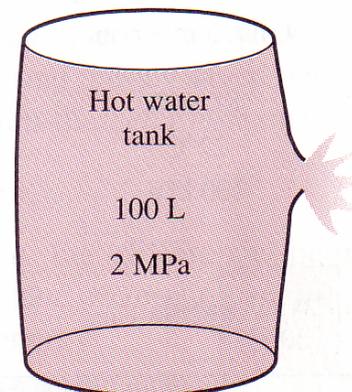
Il risultato è un'onda di pressione che si propaga rapidamente e può causare danni di grave entità.

Dato che il liquido pressurizzato raggiunge l'equilibrio con l'ambiente circostante in un tempo molto breve dopo l'esplosione, il lavoro che il liquido pressurizzato potrebbe compiere nel caso di una espansione adiabatica e reversibile alla pressione dell'ambiente circostante può essere considerata l'*energia esplosiva* del liquido. Dato il breve periodo di tempo necessario al completamento del processo e la apparente calma successiva all'esplosione, il processo può essere considerato adiabatico, senza variazioni di energia potenziale e cinetica.

Consideriamo ora un contenitore da 100 L che ha una pressione di lavoro di 0.5 MPa. Per effetto di un qualche malfunzionamento, la pressione del contenitore sale a 2 MPa per poi esplodere. Posta la pressione atmosferica pari a 100 kPa e assumendo che il liquido all'interno del contenitore sia allo stato di liquido saturo al momento dell'esplosione, determinare la energia totale di esplosione del contenitore in termini di TNT equivalente.

(TriNitroToluene – tritolo).

L'energia di esplosione del TNT è circa 3250 kJ/kg e 5 kg di TNT possono causare la distruzione delle costruzioni nel raggio di 7 m.



Le caratteristiche del fluido immediatamente prima dell'esplosione sono:

$$\rho = 849.8 \text{ kg/m}^3 \quad h_1 = 908.6 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 2.447 \text{ kJ/KgK} \quad u_1 = 806.27 \text{ kJ/kg}$$

Al termine dell'esplosione, considerato un processo isoentropico, si ha:

$$p_2 = 100 \text{ kPa} \quad s_2 = s_1 = 2.447 \text{ kJ/kgK}$$

La condizione di isoentropia permette di terminare il titolo del vapore al termine dell'esplosione:

$$x = \frac{s_2 - s_{2f}}{s_{2g} - s_{2f}} \cong 0.189$$

L'energia interna della miscela, dopo l'esplosione, vale pertanto:

$$u_2 = u_{2f} - x \cdot u_{2fg} = 811.95 \text{ kJ/kg}$$

Dal primo principio, ricordando che il processo è adiabatico, si ricava l'energia esplosiva:

$$q - w = \Delta u \rightarrow w = 94.32 \text{ kJ/kg}$$

L'energia esplosiva totale vale:

$$W = m \cdot w = \rho \cdot V \cdot w = 8015.4 \text{ kJ}$$

$$TNT_{\text{equiv}} = \frac{W}{w_{TNT}} = \frac{8015.4}{3250} \cong 2.47 \text{ kg}$$

Es. 28

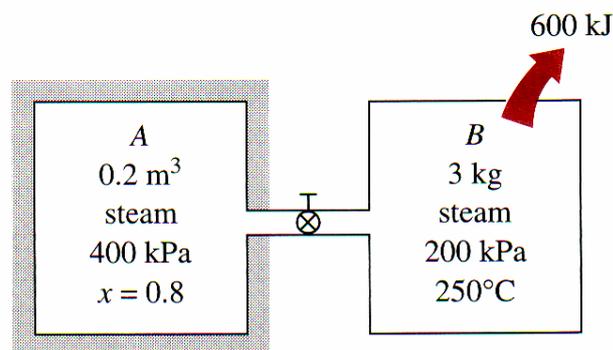
Due contenitori rigidi sono connessi tramite una valvola. Il contenitore A è isolato e contiene 0.2 m^3 di vapore alla pressione di 400 kPa e con titolo pari a 0.8 .

Il contenitore B non è isolato e contiene 3 kg di vapore a 200 kPa e 250°C .

La valvola viene aperta e il vapore fluisce da A a B fino a che la pressione in A scende a 300 kPa . Durante il processo 600 kJ di calore vengono trasferiti dal contenitore B all'ambiente circostante a 0°C .

Assumendo che il vapore rimanente all'interno del contenitore A sia stato sottoposto ad un processo adiabatico reversibile, determinare:

1. la temperatura finale dei due contenitori;
2. l'entropia generata durante il processo.



La massa di vapore nel serbatoio A si determina, noto il titolo x , in base ai valori del volume specifico del liquido e del vapore a 400 kPa :

$$m_{A1} = \frac{V_A}{((1-x)\nu_f + x \cdot \nu_g)} \cong 0.54 \text{ kg}$$

Il serbatoio B ha una capacità pari a:

$$V_B = \nu_{B1} \cdot m_{B1} \cong 3.6 \text{ m}^3$$

Nelle condizioni iniziali, il vapore all'interno del contenitore A ha un'entropia pari a:

$$s_{A1} = (1-x)s_f + xs_g \cong 5.87 \text{ kJ/kg}$$

Per ipotesi di trasformazione adiabatica reversibile, il fluido, all'interno del contenitore A, deve mantenere la stessa entropia, pertanto:

$$s_{A2} = s_{A1} = 5.87 \text{ kJ/kg}$$

A 300 kPa, tale entropia si riferisce ad una miscela liquido + vapore, pertanto la temperatura finale raggiunta dal contenitore A è la temperatura di saturazione del vapore a 300 kPa, ovvero:

$$T_{A2} = T_{\text{sat}300\text{kPa}} = 133.55 \text{ }^\circ\text{C}$$

Da cui si può ricavare il titolo finale del vapore rimasto nel contenitore A:

$$x_{A2} \cong 0.7895$$

La massa di vapore, all'interno del contenitore A, al termine del processo vale:

$$m_{A2} = \frac{V_A}{(1-x_{A2})v_f + x_{A2}v_g} \cong 0.42 \text{ kg}$$

Calcoliamo ora l'energia interna del fluido nelle condizioni iniziali:

$$U_{A1} = 0.54 \cdot ((1-x_{A1})u_f + x_{A1}u_g) \cong 1168 \text{ kJ}$$

$$U_{B1} = 3 \cdot u_g \cong 8193 \text{ kJ}$$

Calcoliamo ora l'energia interna del fluido nel contenitore A al termine del processo:

$$U_{A2} = 0.12 \cdot ((1-x_{A2})u_f + x_{A2}u_g) \cong 893 \text{ kJ}$$

Dal primo principio si ha:

$$Q = \Delta U = U_{A2} + U_{B2} - U_{A1} - U_{B1} \rightarrow U_{B2} = 2468 \text{ kJ} \rightarrow u_{B2} = 7868/3.12 \cong 2521 \text{ kJ/kg}$$

Il volume specifico del fluido nel contenitore B, al termine del processo vale:

$$v_{B2} = \frac{3.6}{3.12} \cong 1.153 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dalle tabelle, o via software, possiamo calcolare le caratteristiche finali del fluido all'interno del contenitore B in base all'energia interna e al volume specifico determinati in precedenza.

Property	Value	Unit
p_1	151.21793	kPa
T_1	112.29598	deg-C
v_1	1.153	m^3/kg
u_1	2521.0	kJ/kg
z_1	0.0	m
e_1	2521.0	kJ/kg
\dot{m}_1		kg/s
\dot{V}_1		m^3/s

Il contenitore B al termine del processo ha una temperatura di 112°C e una pressione di 151 kPa.

Calcoliamo l'entropia del sistema, costituito dai due serbatoi e l'ambiente immediatamente circostante, nelle condizioni iniziali e finali.

Condizioni iniziali

$$\text{Contenitore A } S_{A1} = 0.54 \left((1 - x_{A1}) \cdot s_f + x_{A1} \cdot s_g \right) \Big|_{p=400 \text{ kPa}, x=0.8} \cong 3.17 \text{ kJ}$$

$$\text{Contenitore B } S_{B1} = 3 \cdot s \cong 23.12 \text{ kJ}$$

Condizioni finali

$$\text{Contenitore A } S_{A2} = 0.42 \left((1 - x_{A2}) s_f + x_{A2} s_g \right) \cong 2.47 \text{ kJ}$$

$$\text{Contenitore B } S_{B2} = 3.12 \cdot s \cong 22.5 \text{ kJ}$$

Dall'equazione di bilancio entropico si ottiene l'entropia generata:

$$\frac{Q}{T} + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sys}} \quad \frac{Q}{T} \cong \frac{600}{273} \quad \Delta S_{\text{sys}} = S_{(A+B)1} - S_{(A+B)2}$$

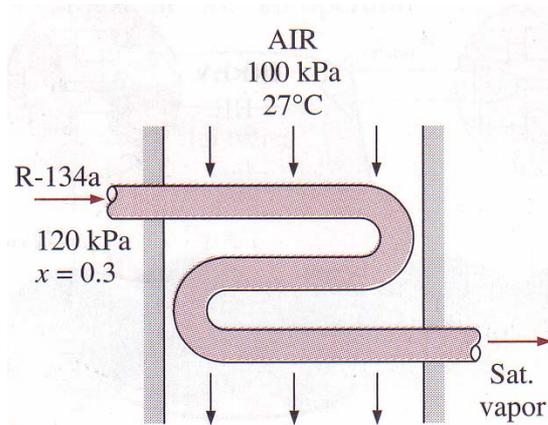
$$S_{\text{gen}} \cong 0.92 \text{ kW/K}$$

Es. 29

Dell'aria entra nell'evaporatore di un condizionatore domestico a 100 kPa e 27°C e con una portata pari a 6 m³/min. Il refrigerante 134a a 120 kPa con titolo 0.3 entra nell'evaporatore con una portata di 2 kg/min e l'abbandona allo stato di vapore saturo.

Determinare la temperatura di uscita dell'aria e il tasso di entropia generata in questo processo nelle seguenti situazioni::

1. involucro del condizionatore completamente isolato;
2. del calore si trasferisce dall'evaporatore all'ambiente circostante a 32°C nella misura di 30 kJ/min.



Dal primo principio, con ovvio significato dei simboli, considerato il condizionatore isolato, si ha:

$$\dot{m}_A h_{Ai} + \dot{m}_R h_R = \dot{m}_A h_{Ae} + \dot{m}_R h_{Re}$$

da cui

$$h_{Ae} = \frac{\dot{m}_R (h_{Re} - h_R)}{\dot{m}_A} + h_{Ai} \cong -41.16 \text{ kJ/kg} \rightarrow T_{Ae} = -15.85 \text{ }^\circ\text{C}$$

Il tasso di entropia generata si calcola con il bilancio entropico:

$$\sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{SYS}}$$

Dato che il sistema può essere considerato stazionario, si ha:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i \cong 0.001935 \text{ kW/K}$$

Nel caso che il condizionatore non sia isolato si ha:

$$\dot{m}_A h_{Ai} + \dot{m}_{Ri} h_R = \dot{m}_A h_{Ae} + \dot{m}_R h_{Re} + \dot{Q} \quad \dot{Q} = 0.5 \text{ kJ/s} \text{ calore entrante}$$

$$h_{Ae} = -36.86 \text{ kJ/kg} \rightarrow T_{Ae} \cong -11.54 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \frac{\dot{Q}}{T} \cong 0.00296 \text{ kW/K} \quad \frac{\dot{Q}}{T} = -0.00164 \text{ kW/s}$$

Es. 30

Si consideri una bottiglia da 5 L rigida, vuota e circondata da aria atmosferica a 100 kPa e 17°C. Si apre ora la valvola posta sul collo della bottiglia in modo da consentire all'aria atmosferica di riempire la bottiglia.

L'aria che rimane nella bottiglia, al termine del processo, raggiunge l'equilibrio termico con l'atmosfera, come risultato del passaggio di calore attraverso le pareti della bottiglia.

Determinare il calore netto trasferito attraverso la parete della bottiglia nonché l'entropia generata durante il riempimento.

Consideriamo il bilancio energetico e di massa di un sistema non stazionario trascurando i termini cinetici e potenziali:

$$m_{in} - m_{out} = \Delta m_{syst}$$

$$(\dot{Q}_{in} + \dot{W}_{in} + \sum \dot{m}_i h_i) - (\dot{Q}_{out} + \dot{W}_{out} + \sum \dot{m}_e h_e) = (\dot{m}_2 u_2 - \dot{m}_1 u_1)_{syst}$$

Nel nostro caso è facile riconoscere che: $\dot{W}_{in} = \dot{W}_{out} = 0$ $\dot{m}_1 = 0$ $\sum \dot{m}_i h_i = \dot{m} \cdot h_{atm}$ $\sum \dot{m}_e h_e = 0$ $\dot{m}_2 = \dot{m}$

Da cui:

$$\dot{Q}_{net} + \dot{m} \cdot h_{atm} = \dot{m} \cdot u_{atm}$$

I valori dell'entalpia e dell'energia interna e del volume specifico dell'aria, nelle condizioni assegnate, valgono rispettivamente:

$$h_{atm} \cong 17.0584 \text{ kJ/kg} \quad u_{atm} \cong 12.18063 \text{ kJ/kg} \quad v_{atm} \cong 0.04879 \text{ m}^3/\text{kg}$$

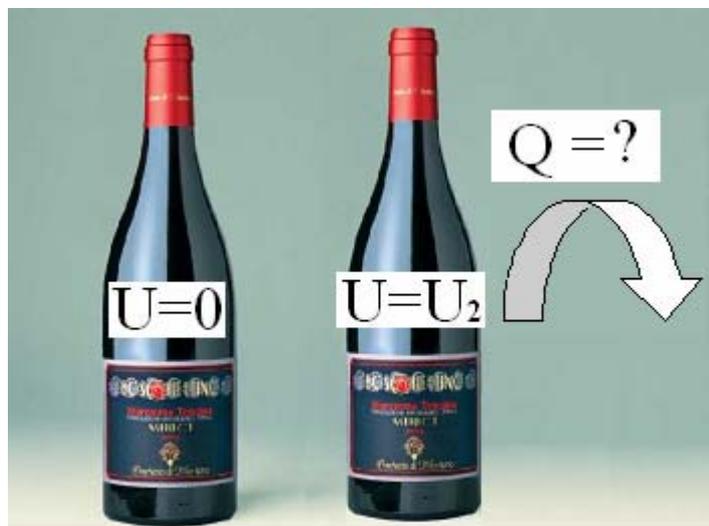
Da cui:

$$\dot{Q}_{net} = \dot{m} \cdot (u_{atm} - h_{atm}) \quad \text{ma} \quad \dot{m} = \frac{V}{v_{atm}}$$

$$\dot{Q}_{net} = \frac{V}{v_{atm}} (u_{atm} - h_{atm}) = -\frac{5}{1000 \cdot 0.04879} 4.8788 \cong 0.5 \text{ kJ}$$

L'entropia generata durante il processo vale ovviamente:

$$S_{gen} = \frac{\dot{Q}}{T} = \frac{0.5}{273+17} \cong 0.00172 \text{ kW/K}$$



Prosit!!!

INDICE

La disuguaglianza di Clausius.....	31
L'Entropia	33
Esempio 2-1	34
Esempio 2-2	35
Esempio 2-4	36
Legge di accrescimento dell'Entropia.....	36
Entropia, probabilità e disordine	38
La terza legge della termodinamica.....	41
Irraggiungibilità dello zero assoluto.....	42
La variazione di entropia espressa in funzione delle variazioni di altre proprietà	43
La variazione di Entropia nei liquidi e nei solidi	44
Esempio 2-4	44
Esempio 2-5	45
Variazione di Entropia del gas ideale (ipotesi di costanza dei calori specifici)	46
Variazione di Entropia del gas ideale (non valida l'ipotesi di costanza dei calori specifici)	47
Esempio 2-6	48
Variazioni di Entropia di una sostanza pura.....	49
Esempio 2-7	49
I processi isoentropici.....	50
Esempio 2-8	51
Processi isoentropici dei gas ideali (ipotesi di costanza dei calori specifici)	51
Processi isoentropici dei gas ideali (non valida l'ipotesi di costanza dei calori specifici)	52
Esempio 2-9	52
Esempio 2-10	53
Lavoro di un dispositivo attraversato ad un flusso e operante in modo reversibile	54
Prestazioni di un dispositivo attraversato da un flusso e operante secondo un processo reversibile	55
Minimizzazione del lavoro del compressore.....	55
Compressione multistadio con intercooling.....	57
Esempio 2-11	58
Rendimento isoentropico di dispositivi operanti in regime di flusso stazionario.....	59
Rendimento isoentropico di una turbina.....	59
Esempio 2-12	60
Rendimento isoentropico di un compressore	61
Rendimento isoentropico di una pompa.....	61
Esempio 2-13	62
Rendimento isoentropico di un ugello	63
Esempio 2-14	63
Il piano T-S	65
Rappresentazione del ciclo di Carnot nel piano T-S.....	67
Il piano h-s.....	67
Il bilancio entropico	69
Meccanismi di trasferimento dell'entropia.....	69
Trasferimento di entropia tramite trasferimento di calore	70
Trasferimento di entropia tramite flusso di massa	70
Generazione di Entropia.....	71
Trasferimento di Entropia nei sistemi chiusi e nei sistemi con controllo di volume.....	71
Sistemi chiusi.....	71
Sistemi a controllo di volume	72
Esempio 2-15	73
Esempio 2-16	74
Esempio 2-17	75
Esempio 2-18	76
Esempio 2-19	77
ESERCIZI	78